

Binära talsystemet (teori + teoretiska laborationer)

Inledning

Det talsystem vi normalt arbetar med har 10 siffror. Det är så uppbyggt att när vi har en entalsiffra 9 och skall addera 1 så blir summan 10 dvs vi byter position och summan blir lika med ett tiotal.

Att realisera ett sådant system i en dator blir besvärligt, eftersom man måste ha ett system med 10 spänningsnivåer, generera dessa och detektera dem, addera dem osv.

Det finns andra talsystem som är enklare att arbeta med i t.ex. en dator. Ett sådant är det binära talsystemet. Här har vi enbart två symboler, 0 och 1. 0 kan representeras av spänningen 0 V, och 1 kan representeras av 5 V.

Uppbyggnad av det binära talsystemet (teori)

Det binära talsystemet fungerar i princip som 10-systemet, men vi har färre siffror, och därmed blir det tätare positionsskiften. Vi gör en jämförelse. Index 10 betyder att vi är i 10-systemet, och index 2 betyder att vi är i det binära talsystemet.

| | | | |
|-----------|---|----------|-----------------------------------|
| 0_{10} | = | 0_2 | |
| 1_{10} | = | 1_2 | |
| 2_{10} | = | 10_2 | (här måste vi byta position) |
| 3_{10} | = | 11_2 | |
| 4_{10} | = | 100_2 | (här får vi byta position igen !) |
| 5_{10} | = | 101_2 | |
| 6_{10} | = | 110_2 | |
| 7_{10} | = | 111_2 | |
| 8_{10} | = | 1000_2 | (nytt positionsbyte) |
| 9_{10} | = | 1001_2 | |
| 10_{10} | = | 1010_2 | |

Övergång från det binära talsystemet till det decimala sker genom att

- ”entalssiffran” multipliceras med 1
- ”tvåtalssiffran” multipliceras med 2
- ”fyrtalssiffran” multipliceras med 4
- ”åttatalssiffran” multipliceras med 8 osv.

Ett exempel:

det binära talet 10110 blir alltså $0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 16 = 2 + 4 + 16 = 22$

Övergång från det decimala systemet till det binära blir lite krångligare, eftersom man måste börja i andra ändan och ta det största binära talet först, därefter det näst största osv. Det blir lite som att prova sig fram.

Ett exempel:

43_{10} skall konverteras till det binära talsystemet.

Något "64 tal" finns inte

Ett "32 tal" finns. $43 - 32 = 11$, som är kvar att dela upp i binär form. Resultat så långt: 1

Något "16 tal" finns inte. (11 är ju mindre än 16). Resultat: 10

Ett "8-tal" finns. Kvar blir $11 - 8 = 3$. Resultat så här långt; 101

Något "4-tal" finns inte. Resultat: 1010

Ett "2-tal" finns. Kvar blir $3 - 2 = 1$. Resultat: 10101

Ett "1-tal" finns. Kvar blir 0. Resultat: 101011

Således: $43_{10} = 101011_2$

Kontroll: $101011_2 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 32 = 1 + 2 + 8 + 32 = 43$

Det binära talsystemet. Några teoretiska övningar.

- Skriv talet 5 på binär form
- Skriv talet 15 på binär form
- Skriv talet 75 på binär form
- Skriv det binära talet 1011 på decimal form
- Skriv talet 110011 på decimal form
- vilket är det största decimala talet man kan bilda med åtta binära siffror ?

Additionsregler i det binära talsystemet (teori)

Additionsreglerna i det binära talsystemet är i princip de samma som de i 10-systemet:

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 && 2 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 0 \text{ och } 1 \text{ i minne} \end{aligned}$$

Ett exempel: Addera 101_2 och 11_2

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 11 \\ \hline \end{array}$$

Börja från höger med entalssiffran. "1" + "1" = "0" med ett i minne. Således:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101 \\ + 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

Nu fortsätter vi med "tvåtalssiffran": "1" i minne + "0" + "1" = "0" med ett i minne. Således:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101 \\ + 11 \\ \hline 00 \end{array}$$

Fyrtalssiffran blir nu: "1" i minne + "1" = "0" med ett i minne.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101 \\ + 11 \\ \hline 000 \end{array}$$

Eftersom vi inte har någon "åttatalssiffra" står här en nolla, så "1" i minne + "0" = 1. Slutresultatet blir:

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 11 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Stämmer additionen? Javisst: $5 + 3 = 8$.

Addition i det binära talsystemet. Några teoretiska övningar

Nu skall vi ta några övningar på ovanstående. Kontrollera att du gjort rätt genom att kontrollräkna i det decimala talsystemet.

- a) $1000 + 101$
- b) $1010 + 1010$
- c) $1010 + 1111$
- d) $1111 + 11$