



8-4 Ekvationer. Namn:.....

Inledning

Kalle är 1,3 gånger så gammal som Pelle, och tillsammans är de 27,6 år. Hur gamla är Kalle och Pelle? Klarar du att lösa den uppgiften direkt? Inte så enkelt!

Ofta resulterar lösning av komplexa problem i en ekvation. I det här kapitlet skall du lära dig att lösa sådana ekvationer. Du kommer att förstå att det centrala i en ekvation är ett likhetstecken, och att du kan göra vad du vill för att manipulera så du får den okända, ofta kallad x , till vänster och sifferuttryck till höger om likhetstecknet. När du är färdig har du bestämt ett värde på den okända variabeln, och detta värde kunde du ofta inte ana när du satte igång.

Tidigare har du ofta hittat problemlösningar ganska lätt, men när det gäller att lösa ekvationer så måste man hålla på i fler steg innan man är färdig. Då gäller det att ha sin metodik klar, alltså veta vad man vill göra, och vara uthållig. Men ingenting är omöjligt!

Ett inledande exempel

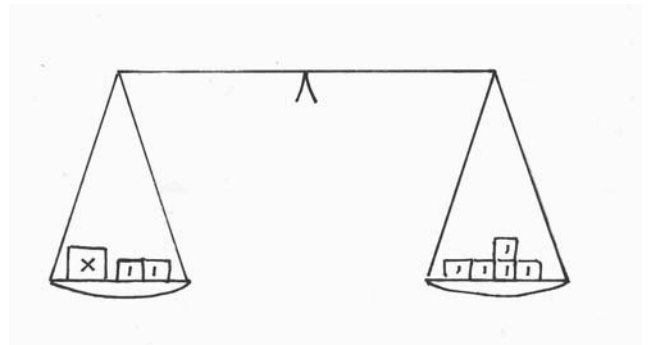
Summan av ett tal och 2 blir 5. Vilket är talet?

Lätt huvudräkning säger du. Svaret är 3. Visst är det så. Man nu skall vi göra en enkel sak lite mer komplicerad för att illustrera en metod. Du kommer ihåg att du har arbetat med variabler. Det var bokstäver vars siffervärde du inte visste.

Du antar att det sökta talet betecknas med x . Du vet inte vilket siffervärde x har ännu. Summan av x och 2 skall bli 5. Då skriver du upp det:

$$x + 2 = 5$$

Du har fått någonting som kallas för en ekvation. Du har någonting som är obekant, du har ett likhetstecken och någonting som står till vänster om likhetstecknet och någonting som står till höger om likhetstecknet. Det till vänster kallar vi helt logiskt **vänstra ledet, förkortat VL** och det till höger för **högra ledet förkortat HL**. I en ekvation gäller alltså:



vänstra ledet, VL, = högra ledet, HL

Det här kan tyckas löjligt självklart, men det är grundläggande för all ekvationslösning. Det centrala är alltså likhetstecknet, och du kan även se det som en våg som är i balans. Läger du till 10 kg i vänster vågskål, hur mycket måste du lägga till i höger vågskål för att det skall vara balans?

Svar:.....

Visst. Någoting annat än 10 kg duger inte. Då blir det obalans. Vi landar på följande metod för att lösa ekvationer:

Metod för ekvationslösning:

Du får göra vad du vill för att utveckla eller förenkla bara du gör **exakt samma sak** i vänstra ledet som i högra ledet. **Annars gäller inte likhetstecknet!**

Hur gör vi för att lösa ekvationen $x + 12 = 15$? Har du något förslag?

Svar:.....

Visst. Om du subtraherar 12 från båda leden så får du x kvar ensamt i vänstra ledet.

$x + 12 - 12 = 15 - 12$ i VL: $12 - 12 = 0$, och i HL: $15 - 12 = 3$, så du får:

$$x + 0 = 3$$

$$x = 3$$

Några ekvationer att lösa:

Nu får du tillämpa ovanstående princip för att lösa några enklare ekvationer. Kom ihåg strategin: gör samma sak i VL som i HL, eller hur? Eftersom du kommer att skriva ett antal led ovanför varandra, så är det lämpligt att du använder räknehäftet eller separata A4 blad som du sätter in i din pärm.

8-4-01 $x - 22 = 13$ Svar:.....

8-4-02 $x + 12 = 15$ Svar:.....

8-4-03 $5 + x = 3$ Svar:.....

8-4-04 $x - 3 = 5 + 8$ Svar:.....

8-4-05 $2x + 3 = 7$ Svar:.....

Den sista var lite knepigare än de andra. Vad var det som ställde till lite förtret?

Svar:.....

Just det. Här fick du avsluta med att dela båda leden med 2 för att få x ensamt i VL.

Hur kontrollerar du att du löst ekvationen rätt?

Det kan ju vara svårt att veta att du fått rätt svar efter alla olika operationer du gjort för att få fram ett värde på x . Har du något förslag på hur du skall kontrollera att du räknat rätt?

Svar:.....

Visst! Sätt in ditt svar i stället för x , och se om VL är lika stort som HL. Då har du räknat rätt. Kontrollera dina lösningar i exempel 8-4-04 och 8-4-05. Stämmer det?

Vad händer med den term som elimineras?

Frågan i rubriken kan du säkert besvara. Vad händer med femman i VL i uppgift 8-4-03?

Svar:.....

Enkelt. Den dyker upp på andra sidan likhetstecknet **men med motsatt tecken**. En positiv term tas ju bort genom att motsvarande **subtraheras** från båda leden. Alltså blir det kvar en term i andra ledet med ombytt tecken. Samma sak gäller givetvis om man skall bli kvitt en negativ term. Då adderar man ju lika mycket till båda leden, och resultatet blir en positiv term i det andra ledet.

Ekvationer med fler x -termer i vänstra ledet

Hur löser du följande ekvation; $x + 5 + 2x = 14$. Har du något förslag?

Svar:.....

.....

Du resonerade säkert någonting i den här stilen: Jag samlar ihop alla x -termer för sig, så får jag se hur många jag har. Siffertermerna kan jag få bort från vänstra ledet genom att addera eller subtrahera motsvarande tal **till båda leden**. När jag bara har en x -term kvar i VL delar jag båda leden med faktorn framför x , och så får jag bara x kvar. Lösningen ser då ut så här:

$$x + 2x + 5 - 5 = 14 - 5$$

$$3x = 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

Lös nu följande ekvationer. Observera att x inte alltid är ett heltal – det kan vara ett bråk. Det kommer att vara trångt att redovisa lösningen på denna sida, så be din lärare om några lösa A4-papper för dina lösningar.

8-4-06 $5x = 23$ Svar:.....

8-4-07 $2x + 7 - x = 14$ Svar:.....

8-4-08 $x - 12 + 5x = 12 - 3$ Svar:.....

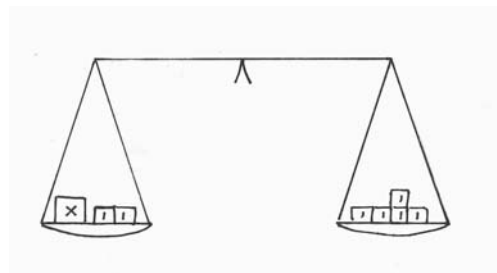
8-4-09 $23x + 9 - 12x = 24$ Svar:.....

8-4-10 $3x + 2 + x + 3x = 32$ Svar:.....

8-4-11 $2x + 3 = 4$ Svar:.....

Ekvationer med x-termer i båda leden

Ibland händer det att det blir x-termer i båda leden. Men det ställer väl inte till några problem. Hur gör du då?



Svar:.....

Visst. Tänk på vågen! Lägg till eller dra ifrån lika mycket från båda leden. Då ändras inte jämvikten. Och det gör ju ingen skillnad om det råkar vara x-termer, eller hur?

Vi tar ett exempel: lös ekvationen

$5x + 3 = 12 + 2x$ Hur gör du? Skriv din lösning på raderna till vänster

.....

Visst. Subtrahera $2x$ från båda leden (då blev du av med $2x$ -termen i HL) och subtrahera 3 från båda leden (då blev du av med 3 -an i VL) Kvar får du:

$3x = 9$
 $x = 3$

Vi tar några övningsexempel på det här också. Skriv dina fullständiga lösningar på ett separat A4-papper.

8-4-12 $12x + 5 = 4x + 20$ Svar:.....

8-4-13 $x + 7 + 2x = 25 - 6x$ Svar:.....

8-4-14 $5x - 3 = 3x - 9$ Svar:.....

8-4-15 $3x + 12 - x = 8x - 24$ Svar:.....

8-4-16 Andersson har en tomt i form av en rektangel. Den ena sidan är 5 m längre än den andra. Omkretsen är 120 m. Vilka mått har tomten? Gör ett antagande, sätt upp en ekvation och lös den. Svara med rätt sort.

Svar:.....

8-4-17 Kalles mamma är 5 gånger så gammal som Kalle. Tillsammans är de 36 år. Hur gammal är Kalles mamma?

Svar:.....

Sammanfattning:

Ekvation betyder **likhet**. Det som står i vänstra ledet, VL, är **lika med** det som står i högra ledet, HL.

Strategi för att lösa en ekvation: samla x-termer på ett ställe, till exempel i VL och siffertermer i HL

Metod: gör **samma sak** i VL som i HL. Då gäller likhetstecknet. Du kan addera, subtrahera, multiplicera eller dividera VL och HL med ett och samma tal.

Observera att det kan bli många steg av förenklingar innan du löst ekvationen. För att få lite ordning på saker och ting: skriv varje nytt led under det föregående. Då ser du hela tiden vad som hänt med VL och HL.

Veckans gåta:

En bagare gick in i sitt bageri. I två av hörnen stod en stor mjölpåse, och på varje påse satt två katter. Hur många fötter fanns det i bageriet?

Be din lärare titta på dina lösningar och diskutera dessa med henne/honom. Sedan har du fler övningsuppgifter på kommande sidor. Kämpa på, ekvationslösning är viktigt!



8-4 Ekvationer. Träningsuppgifter

Nivå 1:

8-4-100 Lös ekvationen: $x + 3 = 17$

8-4-101 Lös ekvationen: $x - 12 = -3$

8-4-102 Lös ekvationen: $2x + 5 = 13$

8-4-103 Lös ekvationen: $5x + 12 - 2x = 24$

8-4-104 Lös ekvationen: $4y + 12 - 3y = 10$

8-4-105 Lös ekvationen: $x + 4 + 4x = 29$

8-4-106 Elsas storasyster är 3 år äldre än Elsa. Tillsammans är de 27 år gamla. Hur gammal är Elsa? Gör ett antagande, ställ upp en ekvation och lös den.

- 8-4-107 Svens kompis Erik har 220 kr mer än Sven på sitt bankkonto. Tillsammans har de 1200 kr. Hur mycket pengar har Sven? Gör ett antagande, ställ upp en ekvation och lös den.
- 8-4-108 Vilken metod (eller strategi) använder du för att lösa ekvationer?
- 8-4-109 Lös ekvationen: $2x + 3 = x + 7$
- 8-4-110 Lös ekvationen: $5x - 8 = 2x - 5$
- 8-4-111 En kvadrat har omkretsen 22 cm. Hur stor är sidan? Lös problemet genom att göra lämpliga antaganden, sätt upp en ekvation och lös den. Tänk på att svara med rätt sort.
- 8-4-112 En liksidig triangel har omkretsen 27 dm. Hur långa är sidorna? Gör lämpliga antaganden, sätt upp en ekvation och lös den. Glöm ej sort när du svarar.

8-4-113 Spänningen över ett motstånd på 10 ohm är 2 V. Hur stor är strömmen genom motståndet? Använd Ohms lag: $U = R \cdot I$, och bestäm strömmen. Glöm ej sort när du svarar.

8-4-114 En bil kör 2 mil på 20 minuter. Vilken är bilens medelhastighet? Svara med sort.

Nivå 2:

8-4-200 En rektangel har en sida som är 3 m längre än den andra. Omkretsen är 46 m. Hur långa är sidorna? Gör lämpliga antaganden, rita gärna en figur, och glöm ej sort när du svarar.

8-4-201 I en likbent triangel är var och en av de lika långa sidorna 3 dm längre än den tredje sidan. Omkretsen är 39 dm. Hur långa är triangelns sidor? Glöm ej sort när du svarar.

8-4-202 I en triangel är en sida 5 cm längre än den första, och den tredje sidan är 7 cm längre än den första sidan. Hur långa är sidorna i triangeln om omkretsen är 42 cm? Glöm ej sort när du svarar.

8-4-203 En bil kör med medelhastigheten 60 km/h. Hur lång tid tar det att köra en sträcka på 2 mil? Gör lämpliga antaganden, och glöm ej sort när du svarar.

8-4-204 En lampas effektförbrukning beräknas genom att man multiplicerar spänningen över lampan med strömmen genom lampan. En glödlampa för 240V är stämplad 60W. Hur mycket ström går genom lampan? Glöm ej sort när du svarar.

Nivå 3:

8-4-300 Temperaturen i grader Celsius, C, kan räknas om till grader Fahrenheit, F, enligt följande formel: $F = 32 + 1,8 \cdot C$
Hur många grader Celsius motsvarar 55 grader Fahrenheit?

8-4-301 Omsättningen för ett företag ökade med 10% från föregående år, och blev 12,1 Mkr (M=Mega, det vill säga 1 000 000). Gör ett antagande, sätt upp en ekvation och beräkna hur stor omsättningen var föregående år.