

## 8-3 Kvadreringsreglerna och konjugatregeln. Namn:.....



### Inledning

I kapitlet med matematiska uttryck lärde du dig hur man förenklade ett uttryck med en faktor framför en parentes genom att multiplicera varje term i parentesen med den gemensamma faktorn. Men vad händer om det står ett annat parentesuttryck framför? Den problematiken skall vi bearbeta i detta kapitel. Det du kommer att lära dig här har du nytta av till exempel när du räknar på rätvinkliga trianglar eller när du skall lära dig att lösa andragradsekvationer framöver.

För att du skall lyckas så blir det dessutom repetition av de saker du behöver för att gå i mål: hur man räknar med potensuttryck och vilka teckenregler som gäller vid multiplikation av två tal. Vi går alltså framåt i långsam takt och allt kommer att förklaras. Det behövs, för detta kapitel är lite komplicerat.

### Repetition: vad menas med ett kvadratisk uttryck?

Om man har ett tal och multiplicerar det med sig själv, så kan man skriva den upprepade multiplikationen på ett lite annorlunda sätt. Hur? Förenkla  $5 \cdot 5$ .

Svar:.....

Just det.  $5^2$  Femman kallas för uttryckets **bas** och fyran för dess **exponent**. Vi tar några inledande övningsexempel.

8-3-01 Beräkna  $5^2$  Svar:.....

8-3-02 Beräkna  $8^2$  Svar:.....

8-3-03 Skriv  $3 \cdot 3$  som en kvadrat Svar:.....

8-3-04 Skriv  $12 \cdot 12$  som en kvadrat Svar:.....

Potensuttryck med exponenten **två** är vanliga. De kallas för **kvadrater**.

### Hur förenklar jag ett parentesuttryck med en faktor framför parentesen?

Vi tar ett exempel direkt. Förenkla  $5(2a-3b+1)$

Svar:.....

Just det. Det gäller att multiplicera varje term i parentesen med faktorn framför. Faktorn är ju gemensam för varje term i parentesen – annars skulle den ju inte stå där!

Vi tar några övningsexempel på det också. Förenkla följande:

8-3-05  $8(x-2y+5)$  Svar:.....

8-3-06  $12(5-a)$  Svar:.....

8-3-07  $3(a+c-2)$  Svar:.....

## Teckenregler vid multiplikation med två faktorer

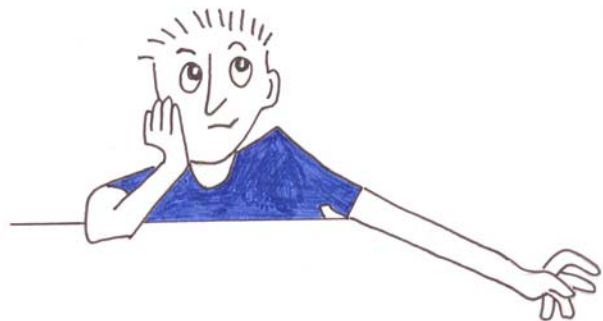
En faktor kan ha två tecken: + eller -. Totalt kan fyra olika kombinationer uppstå vid multiplikation med två faktorer. Vilket tecken får produkten om

a. faktorerna har samma tecken?

Svar:.....

b. faktorerna har olika tecken?

Svar:.....



## Multiplikation av parentesuttryck

Nu har vi kommit fram till det vi egentligen skulle syssla med i detta kapitel: multiplikation av parentesuttryck. Vi startar som vanligt med ett exempel: förenkla  $(a+b)(c+2d)$ . Har du någon idé om hur du skall göra? Tänk en stund!

Svar:.....

Man kan resonera på följande sätt:

Om det enbart hade varit a i första parentesen hur hade det blivit då?

Svar:.....

Om det enbart varit b i första parentesen hur hade det blivit då?

Svar:.....

Eftersom det är både a och b i första parentesen så måste  $(a+b)$  gånger den andra parentesen bli summan av a gånger den andra parentesen och b gånger den andra parentesen, så vi landar på följande:

$$(a+b)(c+2d) = ac+a*2d+bc+b*2d \text{ eller } ac+2ad+bc+2bd$$

### Regel:

Varje term i första parentesen skall multipliceras med varje term i den andra parentesen

Vi kan också åskådliggöra det på följande sätt:

$$(a+b)(c+2d) = a*c + a*2d + b*c + b*2d = ac + 2ad + bc + 2bd$$
A diagram illustrating the distributive property. On the left, the expression  $(a+b)(c+2d)$  is written. Two arrows originate from the 'a' in the first parentheses: one points to the 'c' and the other to the '2d' in the second parentheses. Similarly, two arrows originate from the 'b' in the first parentheses: one points to the 'c' and the other to the '2d' in the second parentheses. On the right, the expanded expression  $a*c + a*2d + b*c + b*2d = ac + 2ad + bc + 2bd$  is shown.

Vi tar några exempel. Förenkla följande parentesuttryck, och skriv ut hela din lösning så din lärare kan följa dina tankegångar. Kom även ihåg hur du förenklar uttryck som  $x*x$ , och glöm inte teckenreglerna vid multiplikation!

- 8-3-08  $3(2a-c)$  Svar:.....
- 8-3-09  $(x+y)(2a-b)$  Svar:.....
- 8-3-10  $(x+y)(x+2y)$  Svar:.....
- 8-3-11  $(a-b)(a-2b)$  Svar:.....
- 8-3-12  $(c+2)(c+5)$  Svar:.....
- 8-3-13  $(c+2)(c-5)$  Svar:.....

## Kvadreringsreglerna

Två uttryck är av speciellt intresse, och som du kommer att komma att jobba med längre fram. Dessa är parentesuttryck, och parentesen är en jämn kvadrat. Eftersom du vet att  $a^2 = a*a$  så kan du försöka att ta dig an följande. Förenkla nedanstående genom att utveckla kvadraten och därefter multiplicera ihop parenteserna:

- 8-3-14  $(a+b)^2$  Svar:.....
- 8-3-15  $(x-y)^2$  Svar:.....

Det blev ju lite trixande, men du landade säkert på någonting i den här stilen:

$$8-3-14: (a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a*a + a*b + b*a + b*b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$8-3-15: (x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x*x - x*y - y*x + y*y = x^2 - xy - xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

De här uttrycken återkommer ofta i matematiken, i den del som man kallar algebra. Lär dig hur du kom fram till dem, så de sitter i ryggmärgen. Med hjälp av dessa kan man enkelt lösa upp komplicerade parentesuttryck i kvadrat.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Om du skall uttrycka det hela i ord så blir det så här:  $a+b$  i kvadrat är lika med  $a$  i kvadrat +  $b$  i kvadrat + 2 gånger  $a$  gånger  $b$ . Termen  $2ab$  kallas för "dubbla produkt termen" eftersom den är just dubbla produkten av de två termerna inom parentes. Står det minus-tecken i parentesen så blir "dubbla produkt termen" negativ, precis som du fick i 8-3-15 ovan.



## Vad skall man ha kvadreringsreglerna till?

Svaret är som så många gånger tidigare: för att göra livet lite lättare för sig.

Vi tar ett exempel:

Förenkla  $(2x+3y)^2$ . Du kan givetvis utveckla genom att multiplicera ihop de två parenteserna:  $(2x+3)(2x+3) = \dots$  och så vidare, men du kan också resonera så här:

1. i stället för a står det 2x och i stället för b står det 3y.
2. kvadreringsregeln säger att resultatet blir den första termen i kvadrat, alltså  $(2x)^2$ , plus den andra termen i kvadrat, alltså  $(3y)^2$ , plus 2 gånger den första gånger den andra, alltså  $2*(2x)*(3y)$
3. resultatet blir:  $4x^2 + 9y^2 + 12xy$

Notera att du måste kvadrera **hela** den första respektive den andra termen,  $(2x)^2 = 2x*2x = 4x^2$  och den andra  $(3y)^2 = 3y*3y = 9y^2$ . Det är lätt att glömma detta!

Vi tar några exempel. Utveckla följande kvadratiska uttryck:

**8-3-16**  $(x+6)^2$  Svar:.....

**8-3-17**  $(2a-b)^2$  Svar:.....

**8-3-18**  $(a-3b)^2$  Svar:.....

**8-3-19**  $(6-b)^2$  Svar:.....

**8-3-20**  $(a-a)^2$  Svar:.....

Den sista var ju lite lurig, eftersom alla termerna tog ut varandra, så resultatet blev noll. Stämmer det med vad som står inom parentesen? Visst gör det så:  $(a-a) = 0$ .

## Konjugatregeln

En annan vanlig regel som är bra att känna till är den så kallade **konjugatregeln**. Här multiplicerar vi ihop två parenteser:  $(a+b)(a-b)$ . Vad blir resultatet?

Svar:.....

Just det:  $a^2 - b^2$ . De två ab-termerna får motsatt tecken och tar ut varandra. Detta samband är också mycket bra att känna till.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Vi tar några övningsexempel på konjugatregeln också. Är du osäker: multiplicera ihop parenteserna på vanligt sätt. Förenkla följande uttryck:

**8-3-21**  $(2x+3y)(2x-3y)$  Svar:.....

**8-3-22**  $(2a+5)(2a-5)$  Svar:.....

**8-3-23**     $(5+3)(5-3)$

Svar:.....

**8-3-24**     $(8+x)(8-x)$

Svar:.....

Nu har du jobbat hårt med komplicerad algebra. Det har varit lite motigt, men du har lärt dig en hel del som du tidigare inte trodde du kunde behärska.

Veckans gåta:

Med vad slutar dagen och börjar natten?

Be din lärare titta på dina lösningar och diskutera dessa om du har frågor. Det finns fler träningsuppgifter på detta kanske lite tråkiga men viktiga kapitel på nästa sida.



## 8-3 Kvadreringsreglerna och konjugatregeln. Träningsuppgifter

### Nivå 1:

8-3-100 Utveckla och förenkla  $3(2x - 3y + 4)$

8-3-101 Utveckla och förenkla  $(x + y)(x - y)$

8-3-102 Utveckla och förenkla  $(a - 3)(a + 4)$

8-3-103 Utveckla och förenkla  $(c - 2)(4 - c)$

8-3-104 Utveckla och förenkla  $(x + y)^2$

8-3-105 Utveckla och förenkla  $(x - y)^2$

8-3-106 Utveckla och förenkla  $(a + b)^2$

8-3-107 Utveckla och förenkla  $(x + y)(x - y)$

8-3-108 Utveckla och förenkla  $(a - 3)(a + 3)$

8-3-109 Utveckla och förenkla  $2(x + 2)(x - 2)$

8-3-110 Utveckla och förenkla  $3(c + 2)^2$

8-3-111 Utveckla och förenkla  $4(2x - 3)^2$

8-3-112 Utveckla och förenkla  $2(3a - 2c)^2$

8-3-113 Utveckla och förenkla  $4x^2 - (2x + y)(2x - y)$

8-3-114 Utveckla och förenkla  $(x + y)^2 - (x - y)^2$

## **Nivå 2:**

8-3-200 Utveckla och förenkla  $(a + b)^2 - (a - b)^2$

8-3-201 Utveckla och förenkla  $(2a + 3b)^2 - (2a - 3b)^2$

8-3-202 Utveckla och förenkla  $2(x + 2y)^2 - (2x - y)^2$

8-3-203 Utveckla och förenkla  $3(2x + y)^2 + (x + y)(x - y)$

8-3-204 Utveckla och förenkla  $(2x + 3y)(2x - 3y)$

**Nivå 3:**

8-3-300 Faktoruppdelning  $4a^2 + b^2 + 4ab$

8-3-301 Faktoruppdelning  $4a^2 + 9 + 12a$

8-3-302 Faktoruppdelning  $36x^2 - 24xy + 4y^2$

8-3-303 Faktoruppdelning  $81a^2 - 64b^2$

8-3-304 Faktoruppdelning  $9x^2 - 4y^2$