

8-1 Formler och uttryck. Namn:.....

Inledning

Ibland vill du lösa lite mer komplexa problem. Till exempel: Kalle är dubbelt så gammal som Stina, och tillsammans är de 33 år. Hur gammal är Kalle och Stina?

Om siffrorna är snälla som i detta fall så är det enkelt att prova sig fram, men om de inte är det – hur gör du då? I det här kapitlet kommer du att studera hur man sätter upp matematiska uttryck och i kommande kapitel lär du dig att förenkla dessa och att ställa upp ekvationer och lösa dem. Då kommer du att få stor nytta av de kunskaper du får i detta kapitel.

Eftersom du inte från början känner till vilka siffervärden som gäller så varför inte ersätta det med någonting, till exempel en bokstav. Denna bokstav, eller kanske fler bokstäver, kommer att bilda ett uttryck eller en formel. Du skall lära dig att handskas med dessa uttryck så att det blir så enkelt som möjligt att hantera dem. Målet är naturligtvis att ta reda på vilket siffervärde som den där bokstaven som du startade med representerar.



Ett inledande exempel på uttryck med en variabel

Vi tar exemplet i inledningen och analyserar detta. Kalle är dubbelt så gammal som Stina. Ställ upp ett uttryck för deras sammanlagda ålder. Du vet ännu inte hur gamla de är. Beteckna Stinas ålder med någonting. Vad väljer du?

Svar:.....

.....

Om Kalle är dubbelt så gammal som Stina, kan du använda uttrycket för Stinas ålder ovan för att teckna Kalles ålder? Hur blir det i så fall?

Svar:.....

Nu kan du teckna ett uttryck för deras sammanlagda ålder. Hur kommer det att se ut?

Svar:.....

Visst. Du kom säkert fram till någonting i den här stilen: Du betecknade Stinas ålder med någonting, t.ex. "a". Då blir Kalles ålder $2 \cdot a$ eller $2a$. (man behöver inte skriva ut multiplikationstecknet).

Deras sammanlagda ålder blir då $a + 2a$



Lite formalisering – starta med ett antagande

Som du säkert förstår måste du hålla reda på vad som är vad. Annars blandar du ihop vilken bokstav som representerar vad. Därför är det viktigt med lite formalisering i stil med följande:

Antag att Stina är x år gammal. (du vet ännu inte vad x blir.)

1. Då blir Kalles $2x$ år
2. Deras sammanlagda ålder kan tecknas som $x + 2x$

Som du ser blir det lätt och överskådligt.

Beteckning:

En bokstavsbezeichnung på någonting som du inte vet ett siffervärde på kallar du för en **variabel**. En variabel kan alltså anta olika siffervärden, och du vet ännu inte vilket det värdet är.

Fler exempel på matematiska uttryck med en variabel

Vi tar några exempel så du blir varm i kläderna. Skriv ner ditt resonemang som ovan, så både du och din lärare lätt kan följa tankegången.

Starta med ett antagande, där du hittar på lämpliga variabler (bokstäver) för det du söker.

8-1-01 Kalle är dubbelt så gammal som Stina. Ställ upp ett uttryck för skillnaden mellan Kalles och Stinas ålder.

Svar:.....

.....

.....

8-1-02 Elsa har 3 gånger så mycket pengar som Lasse. Ställ upp ett uttryck för hur mycket pengar de har tillsammans.

Svar:.....

.....

.....

8-1-03 Elsa har 3 gånger så mycket pengar som Lasse, och Kalle har dubbelt så mycket pengar som Lasse. Ställ upp ett uttryck för hur mycket pengar de har tillsammans.

Svar:.....

.....

.....



8-1-04 Anna säljer potatis för 4 kr per kilo. Ställ upp ett uttryck för hur mycket hon tjänar beroende på hur många kilo hon säljer.

Svar:.....
.....
.....

8-1-05 Med BMI (engelska Body Mass Index) menas en människas vikt uttryckt i kg dividerat med längden i kvadrat (=längden multiplicerad med sig själv en gång). Längden skall uttryckas i meter. Skriv upp ett uttryck för hur man beräknar en människas BMI. (sorten blir kg/m^2 , d.v.s. ett uttryck för tryck).

Svar:.....
.....
.....

Uttryck med flera variabler

Ibland blir det lite mer komplicerat. Då får du ta fler bokstäver till hjälp. Titta på följande exempel: Kalle har en summa pengar och Nils en. Skriv ett uttryck för hur mycket pengar de har tillsammans. Har du något förslag?

Svar:.....
.....
.....
.....



Just det. Du kan inte uttrycka Nils pengar som någonting som beror av Kalles pengar eftersom du inte vet någonting om detta. Du får beteckna Nils pengar med någonting, och Kalles med någonting annat. Till exempel: Nils har a kr och Kalle b kr. Då har de $a+b$ kr tillsammans. Du har fått ett uttryck med två variabler.

Vi tar ytterligare några exempel. Skriv ner dina antaganden och gör därefter ett uttryck för det som frågas efter.

8-1-06 Bonden Andersson har en viss areal åker, och bonden Pettersson har en annan areal åker. Hur stor areal har de tillsammans?

Svar:.....
.....
.....

8-1-07 Kalle säljer livsmedel. Han tjänar 1 kr på varje liter mjölk han säljer, 80 öre för varje liter filmjölk och 3 kr för varje limpa han säljer. Skriv ett uttryck för hur mycket pengar han tjänar beroende på antalet liter mjölk och fil samt hur många limpor han säljer. Vad ser du för fallgröp i problemet?

Svar:.....
.....
.....

8-1-08 Elsa, Kalle och Stina har olika veckopeng. Skriv ett uttryck för hur mycket pengar de får tillsammans varje vecka.

Svar:.....
.....
.....

8-1-09 En bilhandlare säljer Mercedes, Volvo och SAAB. Han säljer dubbelt så många Volvo som SAAB. Skriv ett uttryck för hur många bilar han säljer på ett år.

Svar:.....
.....
.....

8-1-10 En elektrisk spänning är proportionell mot ett motståndsvärde i ohm och strömmen genom motståndet mätt i ampère. Skriv ett uttryck för hur spänningen varierar med motståndets storlek och strömmen genom motståndet.

Svar:.....
.....
.....

Sammanfattning:

1. En **variabel** är en bokstav som symboliserar någonting som kan ha olika siffervärden.
2. Ett matematiskt **uttryck** är ett samband mellan variabler
3. Ett matematiskt uttryck kan se ut så här: **$a + 2b$ eller $3x-2y+7$**

Veckans gåta:
Varför regnar det aldrig två dagar i streck?

Visa dina lösningar för din lärare, och diskutera dessa. Du hittar fler övningsuppgifter på nästa sida, så nu blir du säker på att sätta upp matematiska uttryck! Det är ju lite abstrakt, men träning ger färdighet.



8-1 Formler och uttryck. Träningsuppgifter

Nivå 1:

8-1-100 Vad menas med en variabel?

8-1-101 Kalle och Olle är lika gamla. Skriv ett uttryck för deras sammanlagda ålder. Starta med att göra lämpliga antaganden.

8-1-102 Kalles pappa är fyra gånger så gammal som Kalle. Skriv ett uttryck för deras sammanlagda ålder. Starta med att göra lämpliga antaganden.

8-1-103 Kalles pappa är fyra gånger så gammal som Kalle. Skriv ett uttryck för skillnaden mellan pappas och Kalles ålder. Starta med att göra lämpliga antaganden.

8-1-104 Elsas syster är tre år äldre än Elsa. Skriv ett uttryck för deras sammanlagda ålder, som du kallar Λ . Starta med att göra lämpliga antaganden?

8-1-105 Omkretsen på en kvadrat är lika med summan av längden på de fyra sidorna. Skriv ett uttryck för hur omkretsen, kallad O , kan beräknas utifrån längden på de fyra sidorna. Starta med att göra lämpliga antaganden.

- 8-1-106 Omkretsen på en cirkel kan beräknas som produkten av cirkelns diameter och talet π , betecknat med den grekiska bokstaven π . Skriv ett uttryck för hur omkretsen, som du betecknar med O , kan beräknas utifrån diameters längd. Starta med att göra lämpliga antaganden.
- 8-1-107 Skriv en formel för hur man beräknar en liksidig triangels omkrets, kallad O , om man känner sidans längd. Starta med att göra lämpliga antaganden.
- 8-1-108 En likbent triangel har två lika långa sidor. De lika långa sidorna är var och en dubbelt så lång som den tredje sidan. Skriv ett uttryck för hur man kan beräkna triangelns omkrets, kallad O , utifrån längden på den tredje sidan. Starta med att göra lämpliga antaganden.
- 8-1-109 I en regelbunden 5-hörning är alla sidor lika långa. Skriv ett uttryck för hur omkretsen, kallad O , på 5-hörningen kan beräknas, och gör lämpliga antaganden.

Nivå 2:

- 8-1-200 Elsa säljer potatis, socker och mjöl. Potatisen kostar 2 kr/kg, sockret 5 kr/kg och mjölet 4 kr/kg. Skriv ett uttryck för hur stor hennes inkomst av försäljningen, kallad I , är beroende på hur mycket potatis, socker och mjöl som hon säljer.
- 8-1-201 En rektangels area, kallad A , kan beräknas genom att man multiplicerar rektangelns bas med dess höjd. Skriv en formel för hur man beräknar rektangelns area utifrån hur långa basen och höjden är. Starta med att göra lämpliga antaganden.
- 8-1-202 Arean på en kvadrat, kallad A , kan beräknas genom att man multiplicerar sidan med sig själv, alltså sidan gånger sidan. Skriv en formel för hur kvadratens area beräknas utifrån sidans längd. Starta med att göra lämpliga antaganden.
- 8-1-203 För en bil som färdas med konstant hastighet kan den tillryggalagda sträckan, kallad S , beräknas som produkten av medelhastigheten och tiden. Ställ upp en formel för hur sträckan varierar med medelhastighet och tid. Gör lämpliga antaganden, och var noga med sorterna!
- 8-1-204 Spänningen över ett motstånd, kallad U , är proportionell mot produkten av strömmen I genom motståndet, och motståndets resistans R . Skriv ett uttryck för hur U varierar med I och R .

- 8-1-205 Volymen V för ett rätblock (en kloss) beräknas som produkten av klossens längd L , dess bredd B och dess höjd H . Skriv ett uttryck för hur V varierar med längd, bredd och höjd. Tänk på sorterna!
- 8-1-206 En cirkels area A , kan beräknas som produkten av cirkelns radie r i kvadrat och konstanten π . Skriv upp ett uttryck för hur arean varierar med cirkelns radie, och tänk på sorterna.
- 8-1-207 Luftmotståndet för en bil, kallat L , är proportionellt mot bilens hastighet v i kvadrat, (eller multiplicerat med sig själv en gång.) Skriv upp ett uttryck för hur luftmotståndet varierar och beteckna proportionalitetskonstanten med något lämpligt.

Nivå 3:

- 8-1-300 En triangelns area A , kan beräknas som halva produkten av basen och höjden. Skriv en formel över hur man beräknar arean för en godtycklig triangel. Gör lämpliga antaganden, och var noga med sorterna.
- 8-1-301 Vi fritt fall är den tillryggalagda sträckan S proportionell mot falltiden i kvadrat. Proportionalitetskonstanten kallas g , och är $9,81 \text{ m/s}^2$. Ställ upp ett uttryck för hur sträckan S varierar med tiden. Se till att sorterna stämmer.
- 8-1-302 En kvadrat med sidan a har en cirkel inskriven. Bestäm ett uttryck för den area som ligger utanför cirkeln men innanför kvadraten. Cirkelns area beräknar du som $\pi \cdot r^2$, där r är cirkelns radie.