

5-3 Areaskalan och volymskalan

Namn:.....

Detta kapitel är klart överkursbetonat. Men tycker du att det är kul med problemlösning: kör så det ryker!

Inledning

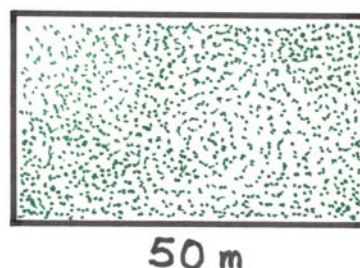
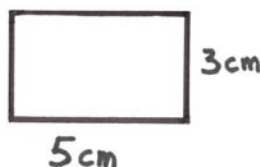
I föregående kapitel studerade du skalor, och hur man beräknar okända längder när man har två likformiga figurer och skalan dem emellan är given. Det här resonemanget skall du nu utveckla till att gälla i två och tre dimensioner. Du kommer med andra ord att studera likformiga två- och tre dimensionella figurer där längdskalan kan bestämmas.

”Vad skall jag med detta till?” undrar du kanske. Svaret är att du med hjälp av dessa kunskaper lätt kan beräkna verkliga areor eller volymer utifrån modeller, eller omvänt när du skalar ner verkligheten till en modell så får du en del av modellens egenskaper med hjälp av den kända längdskalan.



Areaskalan

Titta på figurerna till höger. Det är två likformiga rektanglar. Det är en kartbild av en plan där man skall sätta gräs. Hur många m^2 skall man köpa gräsfrö till? Har du någon idé om hur du skall lösa problemet?



Svar:.....

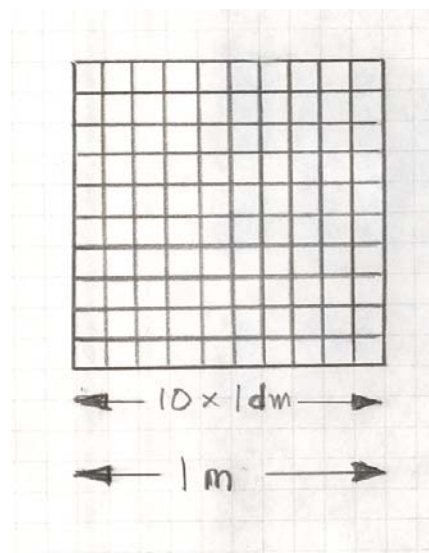
.....

Visst. Skalan kan du teckna som $\frac{5000cm}{5cm}$ dvs 1000:1. Observera att du måste ha samma enhet när du tecknar skalan, så $50\text{ m} = 500\text{ dm} = 5000\text{ cm}$.

När du känner skalan kan du beräkna den blivande gräsplanens andra sidas längd. Den blir: $3\text{ cm} * 1000 = 3\ 000\text{ cm}$ eller 30 m . Arean på gräsplanen blir då $50*30\text{ m}^2$ eller $1\ 500\text{ m}^2$.

Alternativ lösning genom att skapa en ytskala från längdskalan

Tänk dig en kvadrat med sidan 1 dm och en annan med sidan 1 m = 10 dm. Längdskalan är med andra ord 10:1 om du har den lilla kvadraten som referens. För att fylla upp en m^2 med kvadrater om en dm^2 styck så behövs det $10*10$ eller 100 st. Ytskalan blir med andra ord (längdskalan)². Stämmer det?



Visst. Längdskalan = 10:1, så ytskalan blir $10^2 : 1$ eller 100:1. Det blir med andra ord 100 dm^2 på en m^2 . Ingen större överraskning.

Om du tillämpar detta resonemang på problemet med gräsmattan, så kan du resonera på följande sätt:

Längdskalan = 1000:1. Ritningens area = $3 \cdot 5 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$.

Då blir gräsmattans area $1000^2 \cdot 15 \text{ cm}^2 = 15\,000\,000 \text{ cm}^2 = 150\,000 \text{ dm}^2 = 1500 \text{ m}^2$.
Samma resultat som ovan. Är du överraskad? Nej, naturligtvis inte. När du skalade upp ritningen till den verkliga gräsmattan så hade du faktorn 1000 när du räknade ut gräsmattans längd och 1000 när du räknade ut gräsmattans bredd. Du får alltså faktorn $1000 \cdot 1000$ när du beräknar arean eller (längdskalan)².

Sammanfattning:

$$\text{Areaskalan} = (\text{längdskalan})^2$$

Det fina med det här sambandet är att det gäller för alla oregelbundna figurer, bara de är likformiga. Kan du fastställa längdskalan så kan du enkelt bestämma areaskalan.

5-3-01 Beräkna arean på den högra figuren om den vänstra har arean 5 cm^2

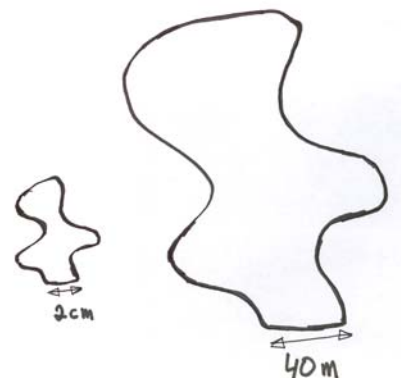
Svar:.....
.....

5-3-02 Ett tak har arean 20 cm^2 på en ritning med skalan 1:100. Hur stor är takets area?
Glöm ej sort när du svarar.

Svar:.....
.....

5-3-03 En cirkulär plaskdamm är avbildad i skala 1:100.
Arean på bilden är 45 cm^2 . Hur stor area har plaskdammen i verkligheten?

Svar:.....
.....



Volymskalan

I analogi med resonemanget om att areaskalan = (längdskalan)² så kan man utvidga resonemanget till att omfatta ännu en dimension, det vill säga rymder. Om längdskalan är given, hur stor blir då volymskalan? Hugg till med någonting lämpligt!

Svar:.....

Visst. Du resonerade säkert någonting i den här stilen. Volym = längd*bredd*höjd, så du får:

$$\text{Längdskalan} * \text{längdskalan} * \text{längdskalan} = (\text{längdskalan})^3.$$

Stämmer detta? Hur många dm³ går det på en m³? Eftersom det går 10 dm på en m, så blir det 10*10*10 dm³ på en m³ eller 1000 st. längdskalan=10, volymskalan=(längdskalan)³ = 10³ = 1000. Det stämmer perfekt!

5-3-04 En kub har sidan 5 cm och en annan har sidan 15 cm. Hur många gånger större är volymen i den större kuben?

Svar:.....

5-3-05 Ett klot har diametern 10 cm, och ett annat klot har diametern 25 cm. Hur många gånger större är volymen i det större klotet jämfört med det mindre?

Svar:.....

5-3-06 Två likformiga räblock har motsvarande sidor 12 cm och 36 cm. Hur många gånger större volym har det större räblocket jämfört med det mindre?

Svar:.....

Sammanfattning:

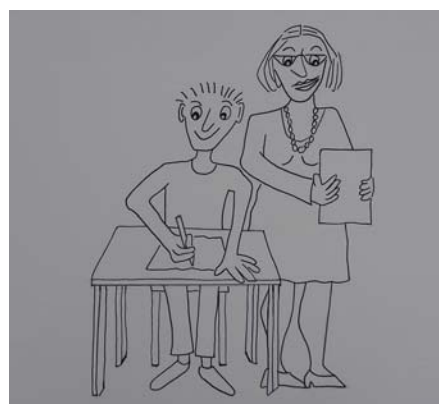
$$\text{Volymskalan} = (\text{längdskalan})^3$$

Dagens gåta: Tre flickor gick under ett paraply, men ingen av dem blev det minsta våt. Varför?

Svar:.....

Be din lärare kolla dina svar.

Du får fler träningsuppgifter om du vill!



5-3 Areaskalan och volymskalan. Träningssuppgifter

Nivå 1:

- 5-3-100 Du har en ritning av en villatomt i skala 1:1000. Tomtens yta är 23 cm^2 . Hur stor är den i verkligheten?
- 5-3-101 En kopiator är inställd på 150%. Hur mycket förändras arean på ett kopierat objekt?
- 5-3-102 En kopiator är inställd på 75%. Hur mycket förändras arean på en kopierad triangel?
- 5-3-103 Om längdskalan är 1:10, hur stor blir areaskalan?
- 5-3-104 Om längdskalan är 1:10, hur stor är volymskalan?

Nivå 2:

- 5-3-200 Eiffeltornet är 300 m högt och väger 170 000 ton. En person vill göra en exakt modell av Eiffeltornet, och modellen skall vara 30 cm hög. Allt skalas ned (kräver en enorm skicklighet...) och samma material används som i verkligheten. Det är mest stål. Hur mycket kommer modellen att väga?
- 5-3-201 Romarna byggde en akvedukt runt Kristi födelse för att förse staden Nimes med vatten. Den finns kvar än i dag: Pont du Gard. Akvedukten är 360 m lång, 3,06 m bred högst upp, och väger 50 000 ton. Den är byggd av sandsten. En modell skall byggas som skall vara 3,6 dm lång.
- a) hur bred kommer modellen att bli högst upp?
- b) hur mycket kommer modellen att väga – om den byggs i sandsten det vill säga samma material som originalet?
- 5-3-202 En bil är 5,6 m lång och 1,7 m bred. Den väger 1500 kg. En händig person gör en exakt modell av bilen, där allt skalas ned, och samma material som i originalet används. Modellen skall bli 28 cm lång.
- a) hur bred blir modellen
- b) hur mycket kommer modellen att väga?

Nivå 3:

Det finns inga träningsuppgifter på nivå 3