

Namn:.....

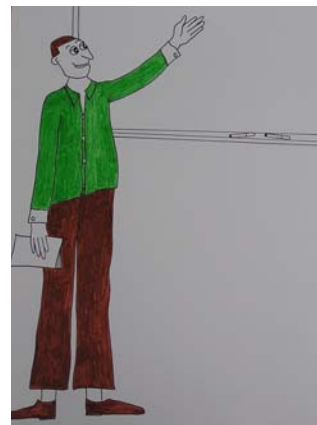
5-2 Likformighet-reguladetri

Inledning

Du har nu lärt dig en hel del om avbildningar, kartor och skalor. Nu är du väl rustad för att studera likformighet, och hur man utnyttjar det faktum att med hjälp av en skala bestämma längder på ett i övrigt okänt objekt. Om du har två likformiga figurer, där skalan är given så kan du räkna ut en längd eller ett längdmått.

Du kommer att studera avbildningar mellan modeller och verkligheten, och hur man kan använda detta synsätt i geometrin där man har likformiga figurer där skalan är given eller kan räknas ut.

Du kommer även i kontakt med ”regeln om tre” eller på latin: regula de tri. Det låter mycket komplicerat, men begreppen kommer att redas ut. Du kommer att ha nytta av det i vardagen – vänta och se!



Vad skall man ha en skala till?

Titta på de två bilderna till höger. Den högst upp är en bild av verkligheten, den andra i skala 1:87. Det här betyder att om loket på bilden nedan är en nedskalad modell av ett av loken på den övre bilden, så är alla mått på det nedre loket 1/87 del av motsvarande mått på originalet på övre bilden.



Likformiga geometriska figurer

Du har läst om ett antal olika geometriska figurer i två dimensioner. Finns det några av dessa som alltid har samma form, så vi kan se den ena figuren som en uppskalad eller nedskalad avbildning av den andra? Försök hitta likformiga tvådimensionella geometriska figurer.

Svar:.....
.....

Det blev lite huvudbry, men du kom säkert fram till att alla kvadrater är likformiga. Samma sak gäller för alla liksidiga trianglar och alla cirklar.

Men betrakta rektanglarna här bredvid. De är också likformiga.



Vilken är skalan på förstoringen av den högra rektangeln ovan med den vänstra betraktad som ursprunget? Mät med linjal, och kom ihåg vad som menas med skala.

Svar:.....

Och vilken är skalan på förminskningen av den vänstra jämfört med den högra som ursprung?

Svar:.....

Verkar det stämma? Visst är det så. Den högra har dubbelt så lång sida som den vänstra, så skalan blir 2:1 om den vänstra är ursprunget. Om man har den högra som ursprung, så blir skalan 1:2. Lite krångligt att hålla isär, men kom ihåg hur det fungerade på kartan. Skala 1:10 000 medför ju att bilden är 1/10 000 del av verkligheten eller omvänt att verkligheten är 10 000 ggr så stor som bilden på kartan.

Minnesregel:
 Om skalan är **mindre än 1** så är det fråga om en **förminskning**. Exempel 1:1000
 Bilden på kartan är 1/1000-del av verkligheten.
 Om skalan är **större än 1** så är det fråga om en **förstoring**. Exempel: 5:1
 Bilden är 5 gånger större än verkligheten, som alltid är referens och är likamed 1

Konsten att använda skalan

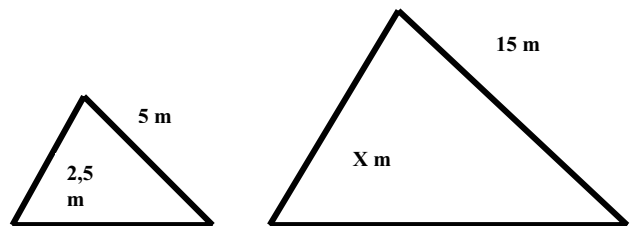
På bilden nedan har du två likformiga trianglar. Din uppgift är att bestämma den okända sträckan x. Hur gör du?

Svar:.....

Inte så enkelt, men eftersom du vet att figurerna är likformiga, och att två längdmått som motsvarar varandra i de båda bilderna är givna, så kan du bestämma skalan. När du gjort det, så kan du utnyttja skalan för att bestämma den okända sträckan.

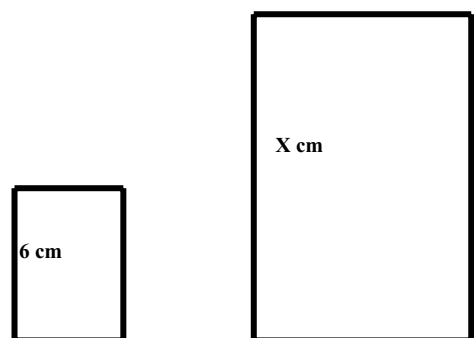
Skalan är 15/5 eller 3:1

5-2-01 Beräkna den okända sträckan x i triangeln till höger. Glöm ej sort när du svarar.



Svar:.....

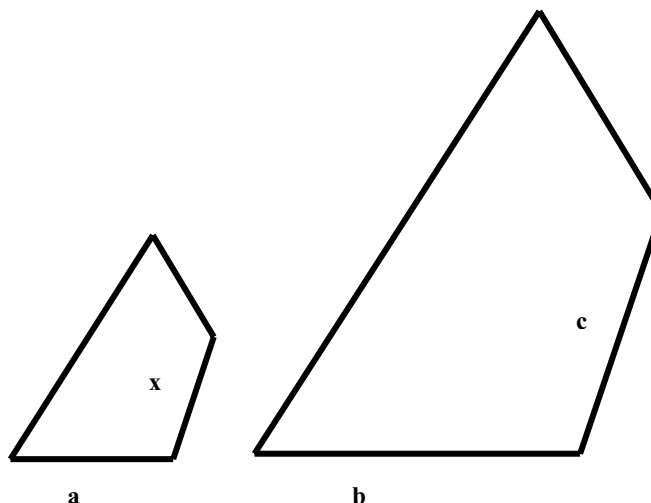
5-2-02 Beräkna den okända sträckan x i den större rektangeln. Glöm ej sort när du svarar.



Svar:.....

Regula de tri (regeln om tre)

I uppgifterna ovan märker du att det är fyra storheter inblandade, varav en ofta är okänd. Det du gjort är helt enkelt att du tecknat ett uttryck för skalan på två olika sätt, där två motsvarande sträckor är inblandade. Detta kallas för ”regula di tri”. Hur ser det ut när du tecknar skalan på två sätt i figuren till höger? Nu räknar vi med algebra, och har kallat den okända sträckan för x och de med givna måttal för a , b och c .



Svar:.....

Visst. Skalan = $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$. Tack vare detta samband så kan du räkna ut x : (multiplicera båda

leden med nämnaren under x , c , och förkorta därefter så du bara får x kvar): $x = \frac{a}{b} * c$

Hur blir det om de likformiga figurerna uttrycks i olika sorter, till exempel den vänstra i mm och den högra i m?

Svar:.....

Just det. Det blir ingen skillnad. Skalan blir $\frac{a}{b * 1000} = \frac{x}{c * 1000}$

Om du multiplicerar båda leden med 1000, så kommer du tillbaka till $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$. Eftersom vi talar om förhållanden så spelar det ingen roll om du har olika enheter i de båda figurerna, bara du är konsekvent.

Regula de tri:

Om du har två likformiga figurer så blir:

$$\text{Skalan} = \frac{a}{b} = \frac{x}{c}$$

Spelar det någon roll om du skriver sambandet: $\frac{b}{a} = \frac{c}{x}$ i stället?

Svar:.....

Nej, det gör det ju inte. Det är ett alternativt sätt att teckna skalan. I detta fall blir skalan en förminskning av den högre bilden.

Kan man skriva sambandet så här: $\frac{c}{x} = \frac{b}{a}$?

Svar:.....

Visst går det bra. Högra ledet är lika med vänstra ledet, eller vänstra ledet är lika med högra ledet.

Men det är inte förbjudet att vara lite bekväm. Teckna därför förhållandet så att x hamnar i täljaren. Då blir det lättare att räkna ut vad x blir.

Andra tillämpningar av reguladetri

Man behöver inte vara låst till geometriska tillämpningar för att räkna med reguladetri. Titta på följande exempel:

En person joggar 6 km på 30 minuter. Hur långt kommer personen på 45 minuter? Har du någon idé om hur man skall lösa problemet?

Svar:.....

.....

Visst. Tillämpa tankegångarna från ovan. Om man kommer 6 km på 30 minuter, så har man ju en sorts skala, nämligen hur långt personen kommer per minut (på en kvart eller på en timme). Det blir 6/30 km/min. På 45 minuter kommer man då $45 \cdot 6/30$ km eller 18 km,

5-2-03 Två kg mjöl kostar 7,50 kr. Hur mycket kostar 5 kg?

Svar:.....

5-2-04 10 kg spaghetti kostar 70 kr. Hur mycket kostar 7 kg?

Svar:.....

5-2-05 Om det tar 5 minuter att koka ett ägg, hur många minuter tar det att koka 4 ägg?

Svar:.....

Dagens gåta: Vad är det som kan gå genom vatten utan att bli blöt?

När du kommit så här långt: be din lärare se på dina lösningar, och diskutera dessa. Sedan blir det fler träningsuppgifter. Starta med nivå 1.



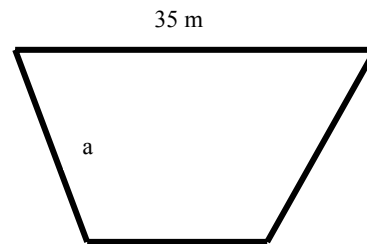
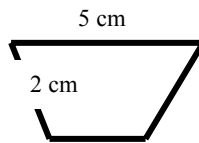
5-2 Likformighet - reguladetri. Träningssuppgifter

Nivå 1:

5-2-100 Ett hus är 12 cm långt och 8 cm brett på en ritning. I verkligheten skall huset vara 20 m långt. Hur brett blir huset i verkligheten? Rita figur på ett separat rutat papper - det underlättar.

5-2-101 I två rätvinkliga trianglar är även de övriga vinklarna lika stora. Kateterna i den ena triangeln är 10 cm och 7 cm. Motsvarande längsta katet i den andra triangeln är 25 m. Hur lång är den andra? Rita gärna en figur på separat papper.

5-2-102 Vidstående figurer är likformiga. Hur lång är sidan a ?
Glöm inte sort.



5-2-103 I två likformiga trianglar är basarna 24 cm respektive 120 cm. Höjden i den lilla triangeln är 12 cm. Hur stor är höjden i den stora triangeln? Rita figur – det underlättar, och glöm inte sort när du svarar.

5-2-104 Annas företag gräver ner bredbandskabel. På 2 dagar gräver de 500 m under normala förhållanden. Hur långt gräver de på en arbetsvecka?

- 5-2-105 Stina fick 75 kr i ränta under ett år, med 3% räntesats. Banken höjer räntan till 3,25%. Hur mycket får hon i ränta nästa år under förutsättning att kapitalet är oförändrat (dvs hon tar ut sina 75 kr som hon fick i ränta föregående år).
- 5-2-106 2 kg ost kostar 120 kr. Hur mycket kostar ett halvt kilo?
- 5-2-107 En bils bensinförbrukning i intervallet 70 km/h – 90 km/h antas vara proportionell mot hastigheten. Om bilen drar 0,7 l/mil i 70 km/h, hur mycket drar den vid 90 km/h?
- 5-2-108 När en båt accelererar ökar farten linjärt (proportionellt) med tiden under de första 10 sekunderna. Efter 2 sekunder är farten 3 knop. Hur hög är hastigheten efter 8 sekunder?
- 5-2-109 En person cyklar 12 km på 30 minuter. Hur långt kommer personen på 45 minuter under förutsättning att medelhastigheten inte ändras?
- 5-2-110 2 kg mjöl kostar 8 kr. Hur mycket kostar 5 kg?

Nivå 2:

- 5-2-200 När en båt accelererar ökar farten linjärt (proportionellt) med tiden under de första 10 sekunderna. Efter 2 sekunder är farten 3 knop. Hur hög är hastigheten efter 9 sekunder?
- 5-2-201 När ett flygplan startar ökar hastigheten proportionellt med tiden (antar vi - det stämmer inte exakt). Efter 6 sek är hastigheten 50 km/h. Hur stor är hastigheten efter 22 sek?
- 5-2-202 Strömmen genom ett motstånd är 5 mA, och spänningen över motståndet är 4 V. Hur stor blir spänningen om strömmen ökar till 12 mA? (prefixet milli, m, betyder 10^{-3})
- 5-2-203 Spänningen över ett motstånd är 10 V och strömmen genom motståndet är 60 mA. Hur stor blir strömmen om spänningen minskas till 2 V?
- 5-2-204 Laddningen över en kondensator är proportionell mot spänningen över kondensatorn. Vid spänningen 10 V är laddningen $5\mu\text{Q}$ (mikrocoulomb eller 10^{-6} Q). Hur stor är laddningen om spänningen sjunker till 3 V? Svara med 1 decimal, det räcker, och glöm inte sort.

- 5-2-205 En bils koldioxidutsläpp är enligt en förenklad modell proportionell mot motorns cylindervolym. En motor med 2 liters cylindervolym släpper ut ungefär 2,2 kg CO₂ per mil. Hur mycket släpper en bil med en motor på 1,8 liter ut?
- 5-2-206 Med en transversal menas en linje som dras parallellt med en triangelns bas, och som delar triangeln i två delar, varav den övre kallas för en topptriangel. Om basen på triangeln är 12 dm, och transversalen delar triangelns höjd, som är 9 dm, i förhållandet 1:2, hur stor blir basen i topptriangeln? Rita en figur, dra transversalen, och sätt ut de mått du känner till. Annars blir det svårt. Glöm ej sort när du svarar.
- 5-2-207 En halvcirkel med radien 10 m skalas ned 5 gånger. Hur många gånger mindre blir ytan på den nya halvcirkeln? (Ytan på en cirkel = $2 \cdot r^2 \cdot \pi$)
- 5-2-208 På en husritning är husets mått 15x10 cm. Husets långsida är 15 meter i verkligheten. Hur många gånger större är husets bottenyta i verkligheten jämfört med på ritningen?
- 5-2-209 Ett fotooriginal med måtten 24x36 mm förstoras upp så att den långa sidan är 2 m. Hur stor blir bildens höjd? Glöm ej sort när du svarar.

Nivå 3:

Det finns inga uppgifter på nivå 3.