4-6 Trianglar

Namn:……………………………………..

Inledning

Hittills har du arbetat med parallellogrammer. En sådan har fyra hörn och motstående sidor är parallella. Vad händer om vi har en geometrisk figur som bara har tre hörn? Vilken typ av figurer får vi då?

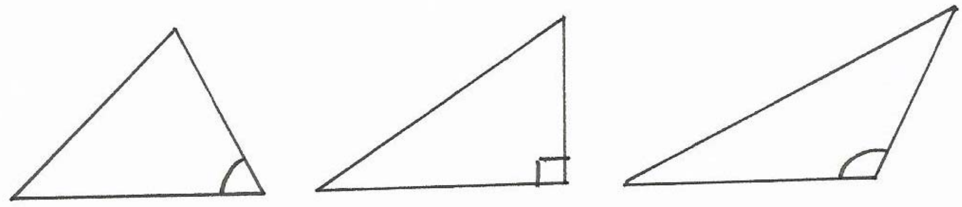
Svar:…………………………………………………………

……………………………………………………………….

Visst. Lätt som en platt. Nu skall du lära dig mycket om triangelns egenskaper: hur man räknar ut dess omkrets och dess yta, och inte minst vilka olika sorts trianglar det finns.

Triangeln

Hittills har du arbetat med figurer som har fyra hörn och motstående sidor parallella. Nu skall vi studera en vanlig figur som har tre sidor, och som kallas **triangel**. Namnet är logiskt: **tri** betyder just tre. Hur kan en triangel se ut, och vilka egenskaper har den?



Som du ser av bilden har vi startat med tre punkter och förbundit dem till en triangel. Därefter har vi låtit en av punkterna glida iväg parallellt med den nedersta sidan, som vi kan kalla **basen** för att se hur olika sorts trianglar kan bildas genom att man ändrar på ett hörn. De trianglar som enbart har **spetsiga vinklar** (vinklar som är mindre än 90 grader) kallar vi följaktligen för en spetsvinklig triangel. Har triangeln en trubbig vinkel, så kallar vi den för **trubbvinklig.** En rätvinklig triangel har en rät vinkel. Den syns i mitten. Logiskt eller hur?

En **spetsvinklig** triangel har alla vinklar mindre än 90 grader
En **trubbvinklig** triangel har en vinkel som är större än 90 grader
En **rätvinklig** triangel har en rät vinkel.

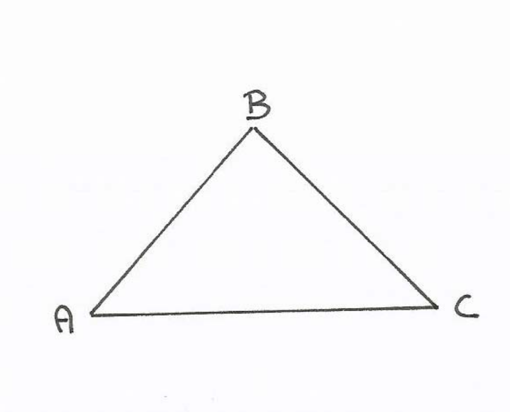
Nu skall du studera ett antal egenskaper hos triangeln. Vi börjar med hur man beräknar area och omkrets, och därefter skall vi studera summan av alla vinklar i triangeln, och hur de ändras med triangelns form.

Triangelns omkrets och area.

Om längden av en triangels sidor är givna så kan man enkelt beräkna omkretsen. Hur?

Svar:……………………………………………………………………………………….

Ganska enkelt. Genom att lägga ihop längden av de tre sidorna. Om vi kallar triangelns hörn för A, B och C, så är omkretsen sidan AB + sidan BC + sidan CA. Konstigare var det inte.



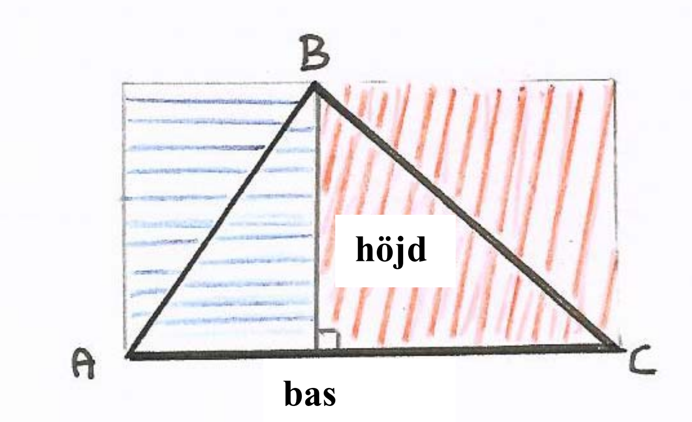
Hur beräknar man triangelns area? Här får du tänka till lite. Varför? Studera nedanstående figur. Den sida som är nederst, sidan AC, kallar vi triangelns bas. Den kommer vi tillbaka till senare.

Som du ser av figuren räcker det inte med att ha basen AC given och/eller längden av de andra två sidorna. Vi måste ha någonting mer. Kan du lura ut det? (ledning: tänk på avståndet mellan basen AC och det motstående hörnet B.

Svar:…………………………………………………

…………………..…………………………………..

Tänk så här: vi gör en konstruktion där vi skriver in triangeln i en rektangel så att AC blir rektangelns bas, och hörnet C hamnar på motstående sidan i rektangeln.



Se figuren bredvid.

Om vi känner rektangelns andra sida, så känner vi även avståndet mellan triangelns bas och motstående hörn B. Det avståndet är ett mått på hur ”hög” triangeln är, och därför kallas det för **höjden** i triangeln. Den mäts med andra ord vinkelrätt mot basen, och är streckad med en hake vid basen i figuren bredvid.

Du vet hur man räknar ut rektangelns area: basen*höjden. Titta nu på triangelns area och jämför den med rektangelns! Vad drar du för slutsats?

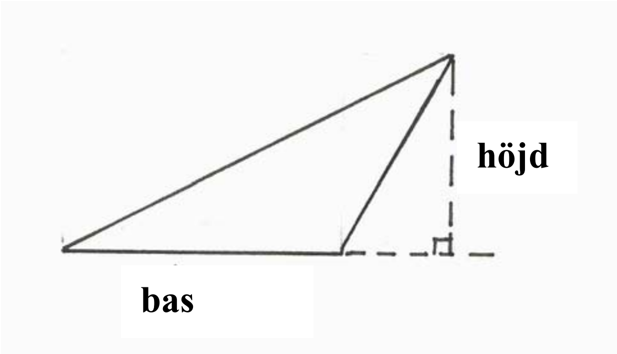
Svar:……………………………………………………

………………………………………………………………

Precis. Den är hälften så stor. I rektangeln finns areor motsvarande två lika stora trianglar. Titta på de streckade områdena i figuren bredvid.

Slutsats: En triangels area A = basen*höjden/2, dvs **halva den omskrivna rektangels area.**

Vi har visat detta för en spetsig triangel. Är det samma sak för en trubbig? Se vad som händer om vi låter hörnet B glida i väg åt höger "utanför basen" så vi får en trubbig triangel, men med samma bas AC som tidigare, och med samma höjd. Nu blir det lite trickigt att bestämma höjden. Den skall ju gå vinkelrätt mot basen, så du får förlänga basen åt höger i detta fall. Blir triangelns area fortfarande basen*höjden/2?



Svar:……………………………

…………………………………

Svaret är ja. Men det är inte lika lätt att bevisa detta genom att skriva in den trubbvinkliga triangeln i en rektangel. Försök så får du se!

Sammanfattning 1:

Basen i en triangel är en av sidorna, som du väljer som lämplig i sammanhanget.
Höjden i en triangel är avståndet mellan den sida du valt som **bas** och **motstående hörn**. Höjden mäts alltid **vinkelrätt** mot basen. (det är alltså det kortaste avståndet mellan basen och motstående hörn)
Arean på en triangel är **basen*höjden/2**

Nu tar vi några övningsuppgifter på triangeln. Rita gärna bilder och sätt ut det som är givet i texten i rutan till höger. Allt blir så mycket enklare då.

4-6-01 En spetsig triangel har basen 3m och höjden 2m. Hur stor är triangelns area?

Svar:………………………………………………

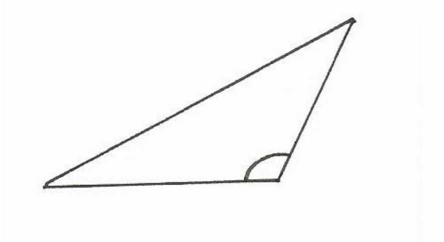
……………………………………………………

4-6-02 Triangeln i 4-6-01 är inskriven i en rektangel. Rita en figur i rutan bredvid och beräkna rektangelns area.

Svar:………………………………………………

……………………………………………………

4-6-03 Triangeln till höger är trubbig. Sätt ut hur triangelns höjd måste dras. Ledning: det är inte förbjudet att förlänga basen åt lämpligt håll.

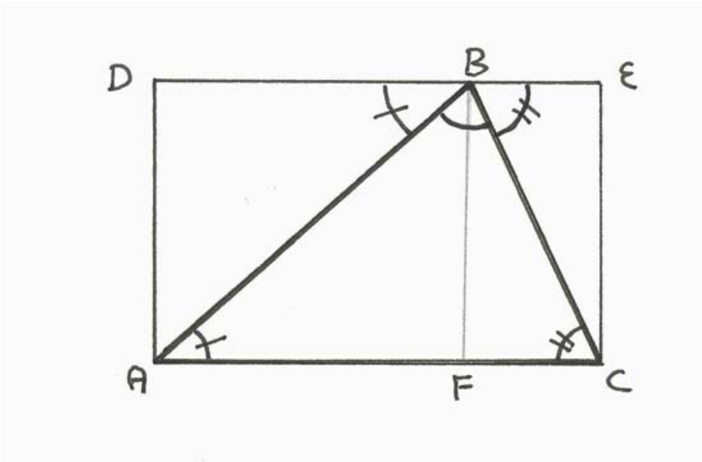


4-6-04 En triangel ABC har sidorna AB=3m, BC=2m och CA=4m. Beräkna triangelns omkrets. Svara med rätt sort.

Svar:…………………………………………………..

Vinkelsumman i en triangel är konstant.

De fyrhörningar som du stiftat bekantskap med har en vinkelsumma som är 360 grader. Det gäller för alla fyrhörningar, inte bara rektanglar och romber.



Finns det något lika enkelt samband för alla trianglar? Du skall studera vidstående figur där en godtycklig spetsvinklig triangel ABC, är inskriven i en rektangel ADEC.

Häng med nu, för nu skall vi ta reda på hur stor vinkelsumman i en triangel är!

Vinkeln DBA är lika stor som vinkeln BAC. Linjerna DE och AC är ju parallella, och sidan AB i triangeln skär de parallella linjerna så att just dessa vinklar blir lika stora. Av samma anledning är vinkeln EBC lika stor som vinkeln BCA.

Lägger vi nu ihop vinklarna DBA, ABC och CBE så blir de 180 grader. Det är ju en rät linje eller ett halvt varv vid hörnet B. Eftersom vinkeln DBA=vinkeln BAC och EBC=BCA så är summan av triangelns vinklar vid hörnen A, B och C lika med 180 grader.

Slutsats:
En triangels vinkelsumma är **180 grader.** Detta gäller för alla trianglar!

Vi tar några övningsuppgifter på detta. Att rita en figur som hjälp kan ibland vara mycket bra. Då ser du vad du gör.

4-6-05 En triangel har vinklarna 25 och 35 grader. Hur stor är den tredje vinkeln?

Svar:…………………………………………………………………………….

4-6-06 I en rätvinklig triangel är en vinkel 55 grader. Hur stor är den tredje vinkeln?

Svar:………………………………………………………………………………..

4-6-07 En triangel uppges ha vinklarna 75, 65 och 60 grader. Kan det vara sant? Motivera ditt svar.

Svar:……………………………………………………………………………….

4-6-08 En triangel har två lika stora vinklar. Den tredje vinkeln har 34 grader. Hur stora är de andra vinklarna? Visa har du kom fram till ditt svar.

Svar:……………………………………………………………………………….

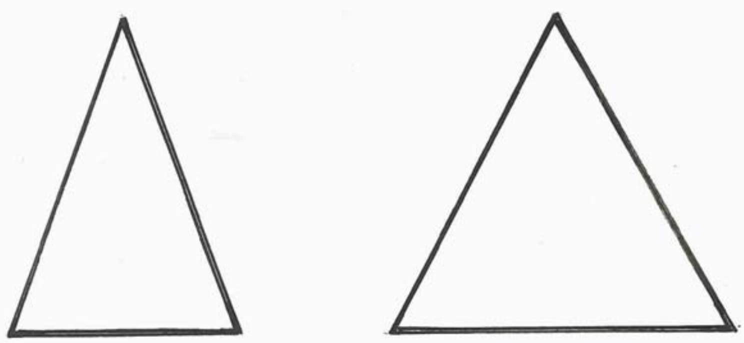
Likbenta och liksidiga trianglar

Du har hittills arbetat med trianglar med godtycklig form, med ett undantag: den rätvinkliga triangeln (där en vinkel alltid är 90 grader). Det finns två andra typer av trianglar som skiljer sig från de du stiftat bekantskap med hittills. Kan du klura ut vilka egenskaper dessa trianglar kan ha?

Svar:……………………………………………………………………………………………

Visst. Kika på rubriken så får du lite ledning.

En triangel kan ha två sidor som är lika långa, och en annan typ av trianglar kan ha alla tre sidor lika långa. De förra kallas **likbenta** och de senare kallas för **liksidiga**.



likbent triangel ***liksidig triangel***

Definition:
I en **likbent** triangel är två sidor lika långa
I en **liksidig** triangel är alla tre sidor lika långa

Som du ser har dessa trianglar symmetriska egenskaper. Se figuren ovan.

Det tycks ju som om de lika långa sidorna påverkar motstående vinkel så att de blir lika stora! I en likbent triangel blir alltså två vinklar lika stora, och i en liksidig triangel så blir alla tre vinklarna lika stora.

4-6-09 Du har en liksidig triangel. Hur stora är vinklarna?

Svar:……………………………………………………………………………….

4-6-10 I en likbent triangel är de lika stora vinklarna 55 grader. Hur stor är den tredje vinkeln?

Svar:……………………………………………………………………………….

4-6-11 I en likbent triangel är en vinkel 40 grader. Hur stora är de andra två lika stora vinklarna?

Svar:……………………………………………………………………………….

4-6-12 En liksidig triangel har en sida på 12 cm. Hur långa är de övriga sidorna?

Svar:……………………………………………………………………………….

4-6-13 I en likbent triangel är de lika långa sidorna 32 cm. Hur lång är den tredje sidan?

Svar:…………………………………………………………………………………

Den sista uppgiften var lite klurig. Den gick ju inte att lösa, eftersom du inte hade tillräckligt med information. Vilken kompletterande information behöver du för att lösa uppgiften?

Svar:……………………………………………………………………………………..

4-6-14 Om omkretsen i uppgift 4-6-13 är 78 cm, hur lång är den tredje sidan?

Svar:…………………………………………………………………………..

Sammanfattning triangeln:

1. En triangel uppstår när du förbinder tre punkter. Den har alltså tre sidor.
2. **Arean** för en triangel = **basen*höjden/2.**
3. **Omkretsen** för en triangel är summan av de tre sidornas längder
4. **Vinkelsumman** i en triangel är alltid **180 grader**.
5. En **rätvinklig** triangel har en vinkel lika med **90 grader**
6. En **likbent** triangel har två lika långa sidor, och därmed två lika stora vinklar
7. En **liksidig** triangel har alla sidor lika långa, och då blir alla vinklar lika stora, nämligen 60 grader.

Veckans gåta:
Hur många stora forskare har fötts i Uppsala?

Visa dina resultat för din lärare och diskutera eventuella oklarheter. Jobba sedan vidare med träningsuppgifterna!

4-6 Ytor: trianglar. Träningsuppgifter

Nivå 1:

4-6-100 Vad menas med en trubbvinklig triangel?

4-6-101 Vad menas med en spetsvinklig triangel?

4-6-102 Vad menas med en rätvinklig triangel?

4-6-103 Vad menas med en likbent triangel?

4-6-104 Vad menas med en liksidig triangel?

4-6-105 Hur stor är vinkelsumman i en triangel?

4-6-106 Vad vet man om vinklarna i en likbent triangel?

4-6-107 Hur stora är vinklarna i en liksidig triangel?

4-6-108 Hur beräknar man arean hos en triangel?

4-6-109 Hur drar man höjden i en triangel?

4-6-110 Hur beräknar man omkretsen hos en triangel?

4-6-111 En triangel har basen 5 m och höjden 4 m. Hur stor är triangelns area? Svara med sort.

4-6-112 I en triangel är en vinkel 45 grader och en annan vinkel 65 grader. Hur stor är den tredje vinkeln?

4-6-113 I en rätvinklig triangel är en vinkel 33 grader. Hur stor är den tredje vinkeln?

4-6-114 I en rätvinklig triangel är längden av de sidor som bildar den räta vinkeln 4 dm och 7 dm. Hur stor är triangelns area? Svara med sort.

4-6-115 Sidan i en liksidig triangel är 12 cm. Hur stor är triangelns omkrets?

4-6-116 I en likbent triangel är basen 82m och höjden 46m. Hur stor är triangelns area?

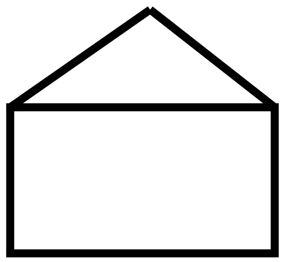
4-6-117 Ett storsegel på en segelbåt har formen av en rätvinklig triangel. Segellängden längs masten (kallat mastliket) är 12m och längden längs bommen (bomliket) är 4 m. Hur stor är seglets area? Rita figur, och glöm ej sort.

4-6-118 En likbent triangel har basen 6cm och höjden 8cm. Hur stor är arean på den triangel som bestäms av höjden, halva basen och en av de lika långa sidorna? Rita figur och glöm inte sorten när du svarar.

4-6-119 I en likbent triangel är de lika långa sidorna 5 cm och den tredje 4 cm. Hur lång är triangelns omkrets?

Nivå 2:

4-6-200 En husgavel har formen av en likbent triangel som ligger ovanför en rektangel. Rektangeln har basen 8m och höjden 3m. Triangeln har basen 8 m och höjden 3m. Hur stor är gavelns area?

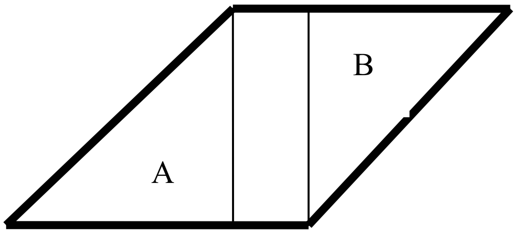


4-6-201 I en liksidig triangel dras en höjd. Hur stor är vinkeln mellan höjden och en sida? Rita figur!

4-6-202 En triangel är inskriven i en rektangel med måtten 4,8x2,2 dm. Hur stor är triangelns area? Svara med sort.

4-6-203 I en rätvinklig triangel är sidorna 30 cm, 40 cm och 50 cm. Hur stor är triangelns area? Rita en figur och identifiera var sidorna ligger, så är du en bra bit på väg. Svara med sort.

4-6-204 En romb har sidan 5 cm och höjden 4 cm. Se figuren. Rektangeln i mitten har basen 2 cm. Hur stor är arean av de två trianglarna A och B? Glöm ej sort när du svarar.



Nivå 3:

Det finns inga träningsuppgifter på nivå 3.