

4-10 Rymdgeometri – fördjupning Namn:.....

Inledning

I kapitlet om rymdgeometri lärde du dig känna igen de vanligaste tredimensionella kropparna, och hur man beräknar deras yta och volym. I detta kapitel skall vi behandla de så kallade Platonska kropparna. Det är kroppar som byggs upp av liksidiga plana figurer, kallade regelbundna månghörningar. De platonska kropparna kom att tillmätas magiska egenskaper, eftersom man förr i tiden trodde på talmystik, och att magiska tal och de platonska kropparna spelade en avgörande roll till exempel för hur himlakropparna rörde sig runt solen.



Regelbundna tvådimensionella månghörningar.

Vi börjar med lite repetition: vilken är den enklaste regelbundna tvådimensionella figuren som byggs upp av tre lika långa sidor? Och vilken är vinkeln mellan sidorna?

Svar:.....

Och vilken regelbunden månghörning finns det som byggs upp av fyra lika långa sidor, och som kan vara av intresse i detta sammanhang, och vilken är vinkeln mellan sidorna?

Svar:.....

Slutligen finns det en regelbunden månghörning som byggs upp av fem sidor. Vad tror du den kallas, och hur stor är vinkeln mellan sidorna?

Svar:.....

Finns det fler regelbundna månghörningar? Rita i så fall några, och beskriv egenskaperna in nedanstående ruta.

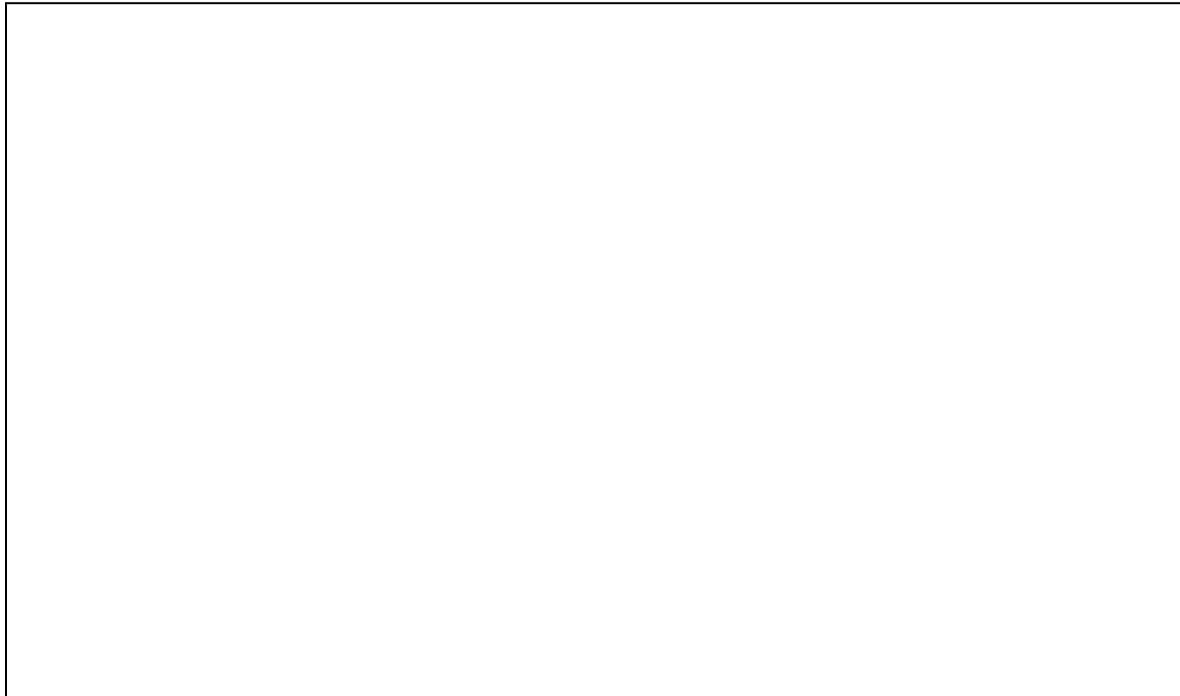
När du funderade på den senaste uppgiften kom du säkert på att av symmetriskäl så kan alla regelbundna månghörningar skrivas in i en cirkel. Det gäller naturligtvis även de tre första: den liksidiga triangeln, kvadraten och den regelbundna femhörningen.

Det går även att härleda ett samband mellan vinkelsumman i en regelbunden månghörning och antalet hörn. Med tre hörn är vinkelsumman 180 grader, med fyra hörn är vinkelsumman 360 grader och hur stor är vinkelsumman för en regelbunden femhörning? (Ledning: skriv in femhörningen i en cirkel, och dra radier från varje hörn. Du får då 5 likbenta trianglar - ej liksidiga – och du kan nu enkelt beräkna vinkeln vid cirkelns centrum, eftersom 5 lika stora vinklar bygger upp ett varv.)

Svar:.....

Om du har en regelbunden figur med n st hörn så blir vinkelsumman i figuren $n \cdot 180 - 360$ grader. Gör ett försök att bevisa detta!

Svar:



I princip kan man konstruera hur många regelbundna månghörningar som helst. Det gäller att anpassa sidans längd så den får plats i cirkeln. Men kan man konstruera regelbundna 7-hörningar eller 13-hörningar inskrivna i en cirkel? Vilka krav kan ställas på antalet hörn i en regelbunden månghörning?

Svar:.....

.....

De regelbundna månghörningarna har fascinerat matematiker i alla tider, och man förstår att det vore intressant att utnyttja regelbundna månghörningar för att bygga upp regelbundna tredimensionella kroppar.

Den enklaste av de Platonska kropparna

Den enklaste platonska kroppen består av fyra liksidiga trianglar. Vilken kropp bildas ? Hur är den sammansatt? Rita av den nedan.



TETRAPACKEN.

När man lärde sig att vaxa papper och limma ihop det på ett vattentätt sätt öppnade sig en möjlighet att maskinellt framställa en förpackning till exempel för mjölk. Man startade med ett långt rör som klipptes och limmades vinkeltätt så man fick en tetraeder. Tetrapacken hade sett världens ljus



Kuben

Nästa kropp i serien får du genom att sätta samman ett antal kvadrater. Vilken känd figur får du, och hur räknar man ut figurens area och volym när sidan är känd?

Svar:.....
.....
.....
.....



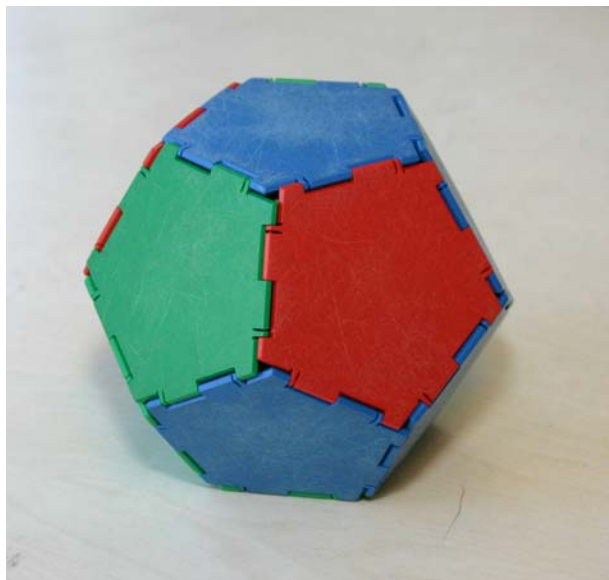
Oktaedern

Nästa kropp i den Platonska serien bildas av åtta stycken liksidiga trianglar. Av den anledningen kallas den för oktaedern. Okta betyder åtta. Du känner ordet från till exempel ordet oktav i musikleäran. En oktav byggs upp av åtta toner. Hur ser en oktaeder ut? Rita en sådan i rutan nedan.

Dodekaedern

Nu blir det dags för femhörningen att komma med i bilden. Det går att sätta ihop tolv stycken regelbundna femhörningar till en platonsk kropp. Deka betyder tio på Grekiska, och duo betyder två. Dodeka är med andra ord samma sak som 12. Tidiga fotbollar var sydda med 12 femhörningar.

I detta sammanhang finns en intressant sak ett ta upp. I den organiska kemin intar grundämnet kol en nyckelroll. Kol har 4 elektroner i det yttersta skalet, det är fyrvärt, och kolatomerna har den egenskapen att de gärna binder sig till varandra. Sex kolatomer binder sig till en ringformig struktur som kan liknas vid en regelbunden 6-hörning. Varannan bindning är enkel, och varannan är en dubbelbindning. På så sätt blir det en bindning över per kolatom till exempel för att förbinda ringen med en annan ring, eller till andra molekylgrupper. Kemisterna upptäckte att 60 kolatomer ofta bildade ett mycket stabilt kluster, och det var svårt att förklara egenskaperna utifrån att ett antal kolringar med 6 kolatomer i ringen bildades. Fortsatta analyser visade att den byggdes upp av ett antal regelbundna 6-hörniga strukturer parade med ett antal 5-hörniga strukturer. På så sätt bildar naturen en stabil 3-dimensionell sfärisk figur. Den figuren är tämligen vanlig i idrottsvärlden! En modern fotboll är sydd av 5-hörningar och 6-hörningar med samma längd på sidan, och med 60 hörn totalt. Se bilden. En ”gammaldags” fotboll bestod ju av 12 st femhörningar.



Ikosaedern

Den sista av de platonska kropparna är sammansatt av 20 st liksidiga trianglar. Den kallas för ikosaedern. I och med detta har vi gått igenom alla kroppar som sammansatts av likformiga månghörningar.

På nästa sida hittar du några lite krångliga träningsuppgifter.

Lycka till!

Träningsuppgifter

10-001 Hur många kanter har en tetraeder?

Svar:.....

10-002 Hur många sidor har en tetraeder?

Svar:.....

10-003 Om sidan i en tetraeder är 10 cm, hur stor är tetraederns area? Glöm ej sort när du svarar. Här får du nytta av Pythagoras' sats. Svår uppgift.

Svar:.....

10-004 Hur många sidor har en kub?

Svar:.....

10-005 Hur många hörn har en kub?

Svar:.....

10-006 Sidan på en kub är 5 cm. Hur stor är kubens area? Glöm ej sort när du svarar.

Svar:.....

10-007 Sidan på en kub är 5 cm. Hur stor är kubens volym? Glöm ej sort när du svarar.

Svar:.....

10-008 Hur många hörn har en dodekaeder?

Svar:.....

10-009 Hur många sidor har en dodekaeder?

Svar:.....