

3-9 Potenser

Namn:.....

Inledning

I det här delmomentet skall du lära dig vad potenser är och hur man räknar med potenser. Eftersom du ifrågasätter allt – med all rätt - så undrar du säkert vad det skall vara bra för. Har du hört talas om matematiska **prefix**? Det är bokstäver som sätts framför enheter och som anger en faktor som enheten skall multipliceras med. Du känner säkert till följande **vanliga prefix**:

k läses som ”kilo” och betyder 1000. Exempel:

1 km = 1 kilo meter = 1000 m, 2 kkr = 2000 kr

M läses som ”mega” och betyder 1000 000. Exempel:

1 Mm = 1 miljon meter.

m läses som ”milli” och betyder 1 tusendel. Exempel:

1 mm = 1 tusendels meter.



I många sammanhang är det ruskigt praktiskt att arbeta med potenser och prefix eftersom det kan bli många nollor både före och efter decimalkommat. I många sammanhang inom fysiken och kemin och inte minst inom elektroniken använder man både stora och små tal. Motstånd mäts i kohm eller Mohm, och strömmar i mA eller uA. Hur blir resultatet om man multiplicerar storheter som mäts i Mohm och mA? Om du kan räkna med potenser blir detta enkelt. Så nu sätter vi i gång! I detta kapitel lär du dig vad som menas med ett potensuttryck, och du kommer att arbeta mycket med tio-potenser, som är ”vanliga”.

Vad menas med ett potensuttryck?

För att enkelt kunna räkna med små och stora tal så har man definierat ett matematiskt beteckningssätt som skiljer sig från det du varit i kontakt med tidigare. I stället för att skriva:

$10 \cdot 10 \cdot 10$ så skriver man så här:

10^3

tian kallas för potensens bas, och trean för dess exponent, och det hela betyder att man skall multiplicera tio med sig själv tre gånger. Allmänt så betyder det att man skall multiplicera basen med sig själv så många gånger som exponenten anger. Ser du några fördelar med ett sådant här beteckningssätt?

Svar:.....

Just det. Det blir kort. Tänk dig att du skall skriva en miljon i siffror. Det blir ju... ja vaddå?

Svar:.....

Hur ser det ut om du skriver det på potensform?

Svar:.....

Definition:

Ett potensuttryck skrivs till exempel som 10^5 där
10-an kallas potensuttryckets **bas** och
5-an kallas potensuttryckets **exponent**
Exponenten anger hur många gånger basen skall **multiplieras med sig själv**

Man behöver inte ha 10 som bas. Det går bra med vilket tal som helst. $5*5*5 = 5^3$

Vi tar några exempel. Skriv följande på potensform:

- 3-9-01 $3*3*3*3$ Svar:.....
- 3-9-02 $4*4$ Svar:.....
- 3-9-03 $10*10*10*10$ Svar:.....
- 3-9-04 $7*7*7*7*7*7$ Svar:.....
- 3-9-05 4 Svar:.....

Den sista var lite klurig. $4 = 4^1$ Enligt definitionen är ju fyra lika med fyra multiplicerat med sig själv en gång.

Nu tar vi några exempel på omvändningen. Hänger du med? Skriv ut vad nedanstående potensuttryck betyder, och räkna ut resultatet. Använd räknare om du vill!

- 3-9-06 10^5 Svar:.....
- 3-9-07 5^4 Svar:.....
- 3-9-08 4^4 Svar:.....
- 3-9-09 3^4 Svar:.....
- 3-9-10 2^4 Svar:.....
- 3-9-11 1^4 Svar:.....

Om du jämför uppgifterna 3-9-07 till 3-9-11: vad har de gemensamt?

Svar:.....

Samma uppgifter: vad är det som skiljer dem åt?

Svar:.....

Om du studerar svaret på uppgifterna 3-9-07 till 3-9-11: Vad drar du för slutsatser?

Svar:.....

Just det: om du har samma exponent, men varierar basen, så varierar talet som representeras med potensuttrycket **väldigt mycket** ! När basen ökar från 1 till 5 och exponenten är densamma (4), så varierar svaret från 1 till 625! Ganska fantastiskt. Hur kan det bli så? (tänk på definitionen av potensuttryck..)

Svar:.....

Visst! Potensen anger ju hur många gånger basen skall multipliceras med sig själv. Om basen ökar så blir ju resultatet drastiskt mycket större. Jämför $3^3 = 3*3*3=27$ och $10^3 = 10*10*10 = 1000$.

Potensuttryck med negativa exponenter

Hittills har du jobbat med positiva exponenter. Kan de vara negativa också? Jajamensan – visst kan de vara negativa.

Definition:

Om exponenten är negativ, så gäller: $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$

Om exponenten är negativ, så inverteras uttrycket d.v.s. det hamnar i nämnaren. Om exponenten är negativ och stor, hur går det med värdet på uttrycket?

Svar:.....

Det blir ett ganska litet tal. Jämför $10^{-3} = 1/1000$ och $10^{-6} = 1/1000\ 000$! Det är en stor skillnad på en tusendel och en miljondel!

Vi tar några exempel med negativa exponenter. Beräkna följande uttryck, och använd din miniräknare.

3-9-12 10^{-2} Svar:.....

3-9-13 10^{-4} Svar:.....

3-9-14 4^{-3} Svar:.....

3-9-15 3^{-3} Svar:.....



Nu har vi tittat på potensuttryck med positiva exponenter. Talen blir snabbt större när exponenten ökar. Är exponenten negativ, så blir talen snabbt mindre när exponenten blir mer negativ. Då är frågan: **vad händer när exponenten är noll?** Har du någon idé? (det här är mycket klurigt!)

Svaret är att resultatet blir alltid 1.

Definition:

Om exponenten är 0, så är potensuttryckets värde alltid lika med 1.

Beräkna och skriv ut följande potensuttrycks värde!

3-9-16 5^0 Svar:.....

3-9-17 10^5 Svar:.....

3-9-18 10^{-3} Svar:.....

3-9-19 10^{-8} Svar:.....

3-9-20 10^{12} Svar:.....

Vad 0^0 blir lämnar vi därhän. Det får du studera på gymnasiet eller på högskolan!

Sammanfattning (så här långt):

Ett potensuttryck har en bas och en exponent, och skrivs som: basen ^{exponenten}
Exponenten talar om hur många gånger basen skall multipliceras med sig själv
För potensuttryck med samma bas som multipliceras med varandra adderas exponenterna.
För potensuttryck med samma bas som divideras med varandra subtraheras exponenterna
Är exponenten lika med 0, så är uttrycket alltid lika med 1.

Innan du ber läraren titta på dina lösningar, så tar vi en liten ”luring”:

Fråga: vilket är det största talet man kan skriva med två siffror, och hur stort är talet? Tänk till innan du tittar på svaret nedan!

Svar:.....

(det blev lite större än 99, eller hur? Rätt svar: 387 420 489)

Räkneregler för multiplikation och division av potensuttryck med samma bas.

Ofta händer det att man skall multiplicera eller dividera potensuttryck. För att nedanstående regler skall gälla måste basen vara den samma. Ofta är det i praktiken basen 10.

Exempel 1: Vad är $10^3 * 10^4$?

Svar: $10^3 = 10*10*10$, dvs 10 multiplicerat med sig själv 3 gånger.

$10^4 = 10*10*10*10$ dvs 10 multiplicerat med sig själv 4 gånger

alltså blir $10^3 * 10^4 = 10*10*10 * 10*10*10*10 = 10^7$, dvs 10 multiplicerat med sig själv 7 gånger eller 10^7 .

Exempel 2: Vad är $\frac{10^5}{10^3}$?

Svar: $\frac{10*10*10*10*10}{10*10*10} = 10*10$ eller 10^2

Det verkar som om följande gäller: $10^3 * 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$

Och: $\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$

Allmänt gäller: $a^m * a^n = a^{m+n}$ och $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
för godtycklig bas a och m och n är godtyckliga heltal.

3-9-21 Beräkna $10^2 * 10^4$ Svar:.....

3-9-22 Beräkna $3^2 * 3^4$ Svar:.....

3-9-23 Beräkna $\frac{10^7}{10^4}$ Svar:.....

3-9-24 Beräkna $10^2 + 10^4$ Svar:.....

Om du fick svaret 10100 på uppgift 3-9-24 så har du varit observant och tänkt lite extra. Det stod ju ett plus-tecken mellan potensuttrycken!

Mer komplicerade potensuttryck.

Ofta vill man skriva om "vanliga tal" på potensform. Det är mycket praktiskt om talen är stora eller små. 3000 skriver du som $3 * 1000$ eller $3 * 10^3$.

Även 2500 kan man skriva på blandad potensform för att enkelt se storleksordningen på talet. Det blir $2,5 * 10^3$. Här gäller det att hålla reda på siffrorna.

Små tal fungerar och så bra på potensform. 0,003 blir $3 * 10^{-3}$ (det är ju lika med tre tusendelar)

Vi tar några exempel, så du blir varm i kläderna!

Exempel 1: Skriv på potensform: 500.

Svar:.....

Exempel 2: Skriv på potensform: 0,004

Svar:

Exempel 3: Hur vill du skriva talet 23 000 på potensform?

Svar:.....

Nu får du ytterligare några exempel att brottas med.

3-9-25 Hur många mm går det på en mil?

Svar:.....

3-9-26 Teckna tusen miljoner som ett potensuttryck.

Svar:.....

.....

3-9-27 Ett oljekraftverk förbrukar 100 liter olja per minut. Hur många liter förbrukas på en månad? Vi antar att antalet minuter på en månad är ungefär 40 000 minuter.

Svar:.....

.....

3-9-28 Ljudet färdas med hastigheten 340 m/s. Hur många meter hinner en ljudvåg på 1000 sekunder?

Svar:.....
.....

Sammanfattning:

Ett stort eller litet tal skrivs på potensform genom att visa en heltalssiffra, en eller två decimaler multiplicerat med ett potensuttryck

Exempel: 340 skrivs som $3,4 \cdot 10^2$

Exempel: 0,0067 skrivs som $6,7 \cdot 10^{-3}$

Veckans fråga:

Vad menas med en hästkraft?

Be din lärare kolla dina svar när du kommit så här långt. Det finns fler träningsuppgifter att arbeta med. Se nästa sida. Kämpa på!



3-9 Potenser. Träningsuppgifter

Nivå 1:

- 3-9-100 Vad menas med ett potensuttryck?
- 3-9-101 Vad menas med potensens bas?
- 3-9-102 Vad menas med potensens exponent?
- 3-9-103 Skriv $4*4*4*4*4$ på potensform.
- 3-9-104 Skriv 1 000 på potensform
- 3-9-105 Skriv 1 000 000 på potensform
- 3-9-106 Skriv 100 000 på potensform
- 3-9-107 Skriv 0,01 på potensform
- 3-9-108 Skriv 0,001 på potensform
- 3-9-109 Skriv 0,000 001 på potensform
- 3-9-110 Vilket tal är 3^3 ?
- 3-9-111 Vilket tal är 4^4 ?
- 3-9-112 Vilket tal är 4^0 ?
- 3-9-113 Vilket tal är 10^3 ?
- 3-9-114 Vilket tal är 10^5 ?

- 3-9-115 Skriv talet $3*3*3*3$ på potensform
- 3-9-116 Vilket tal är störst: 3^4 eller 4^3 ?
- 3-8-117 Skriv 1 km på potensform
- 3-8-118 Skriv 1 Mkr på potensform
- 3-8-119 Skriv 10^{-4} som decimaltal
- 3-8-120 Skriv 10^{-2} som decimaltal
- 3-8-121 Skriv 4^{-2} som decimaltal
- 3-8-122 Skriv talet 1 på potensform med basen 7
- 3-8-123 Skriv talet 1 på potensform med basen 3
- 3-8-124 Skriv 15 200 på potensform
- 3-8-125 Skriv 7 320 på potensform
- 3-8-126 Skriv 0,00033 på potensform
- 3-8-127 Skriv 0,011 på potensform
- 3-8-128 Vilket tal är $3,32*10^5$?
- 3-8-129 Vilket tal är $1,4*10^{-4}$?

Nivå 2:

Det finns inga träningsuppgifter på nivå 2

Nivå 3:

Det finns inga träningsuppgifter på nivå 3