

3-8 Proportionalitet Namn:.....

Inledning

Det här kapitlet handlar om samband mellan olika storheter och formler. När du är klar är du mästare på att arbeta med proportionalitet, det vill säga du klarar enkelt att utifrån en varas kilopris beräkna hur mycket 3,5 kg kostar.

Du har vidare lärt dig räkna med formler som Ohms lag och till exempel samband mellan hastighet, tid och tillryggalagd sträcka. Du kan också ställa upp enklare formler.

”Varför skall jag jobba med det?” undrar du kanske. Antag, att du skall åka bil mellan Stockholm och Jönköping. Avståndet är ungefär 25 mil, och det är motorväg mest hela tiden, så ni kan hålla 100 km/h i snitt. Hur lång tid tar bilfärden? Den här typen av frågor klarar du enkelt när du läst detta avsnitt.



Proportionalitet

Vad tror du menas med ordet proportionalitet, t.ex. att en tillryggalagd sträcka är proportionell mot tiden som man åker?

Svar:.....

Inte helt enkelt att beskriva. Men det kan betyda att om man åker dubbelt så lång tid, så kommer man dubbelt så långt som ett exempel. Åker man tre gånger så lång tid så kommer man tre gånger så långt osv. Den tillryggalagda sträckan (sträckan som man åkt) är **proportionell** mot den tid man åkt under förutsättning att man har konstant hastighet. Logiskt eller hur?

Definition:

Att en storhet, till exempel en tillryggalagd vägsträcka, är **proportionell** mot en annan storhet, till exempel tiden man färdas, betyder att om man dubblar den ena storheten (tiden) så kommer man dubbelt så långt. Sträckan är **proportionell** mot tiden.

Variabler

Här har vi att göra med en abstrakt situation, där du måste lära dig förstå samband mellan två eller fler saker som kan variera generellt. Då är det praktiskt att i stället för en massa siffervärden ersätta dessa med en bokstav, som kallas för en **variabel**, och därefter studera hur variabler hänger ihop.

Definition:

Men en **variabel** menas en symbol som ersätter siffervärden, och som följaktligen kan anta olika siffervärden. Symbolen skriver man ofta som en bokstav, t.ex. **x, a, y o.s.v.** Med hjälp av denna symbol kan man föra allmänna resonemang utan att behöva släpa med sig en massa siffervärden.

När man så önskar så tilldelar man **variabeln x** olika siffervärden: 0, -3, 8, 43 o.s.v. beroende på den aktuella situationen.

Det här verkar jättekraånligt, så vi tar ett exempel för att visa hur det fungerar att arbeta med variabler.

Antag att vi har en kraft. Storleken på den betecknar vi med F. Den kan anta olika siffervärden, men vi väntar med att tilldela F några sådana. Vi mäter kraften i enheten Newton, som förkortas med N.

Antag vidare att vi har en massa. Storleken på massan betecknar vi med m. Här kan vi också tilldela m olika siffervärden, men vi föredrar att vänta med det så länge. Vi mäter massan i enheten kg.

En **formel** talar om hur sambandet mellan variabeln F och variabeln m ser ut:

$$F = m \cdot 10$$

Om massan är 3 kg, hur stor blir kraften F? Ta dig en funderare, och glöm inte sorten när du svarar!

Svar:

.....

Visst...Du ersatte m med siffran 3 i formeln, och räknar ut multiplikationen. Resultatet blir $F=3 \cdot 10 \text{ N} = 30 \text{ N}$. Lätt som en plätt!

Ser du någon fördel med att skriva sambandet mellan kraft och massa med hjälp av en formel?

Svar:.....



Vi tar några exempel på formeln $F=m \cdot 10$. Glöm inte att ange sätt sort i ditt svar.

3-8-01 $m=8$ kg. Beräkna F . Svar:.....

3-8-02 $m=12$ kg. Beräkna F . Svar:.....

3-8-03 $m=16$ kg. Beräkna F . Svar:.....

3-8-04 $F=30$ N. Beräkna m . Svar:.....

3-8-05 $F=25$ N. Beräkna m . Svar:.....

De två sista var lite kluriga. Det gick inte att räkna på utan vidare. Hur gjorde du?

Svar:.....

I sambandet ovan säger man att kraften är **proportionell** mot massan. Om massan dubblas, så dubblas kraften. Jämför svaret i exemplen 3-8-01 och 3-8-03.

Sambandet mellan kraften och massan skrivs i en **formel**. Där anges hur kraften och massan "hänger ihop". Man vill att en formel skall vara generell, så därför utnyttjar man bokstäver som symboler för de enheter vars storlek kan variera.

Faktorn 10 i formeln ovan kallas för **proportionalitetskonstanten**. Den anger hur snabbt den ena storheten till exempel kraften ändras när man ändrar den andra (massan).

Nu skall du få öva dig på att sätta upp några formler. Det är inte så svårt som du tror.

3-8-06 Priset på socker, P kr, varierar med hur många kilo, k , man köper. Proportionalitetskonstanten är 8,6. Skriv en formel för hur priset varierar med hur många kilo man köper.
Svar:.....

3-8-07 Priset på bensin, P kr, varierar med hur många liter, l , man köper. Proportionalitetskonstanten är 10,6. Skriv en formel för hur priset varierar med antalet köpta liter.
Svar:.....

3-8-08 Sträckan S km varierar med hur lång tid, t timmar, man färdats. Proportionalitetskonstanten är 75. Skriv en formel för den tillryggalagda sträckan varierar med tiden.
Svar:.....

3-8-09 Hastigheten v m/s ökar med tiden t sekunder. Proportionalitetskonstanten är 10. Hur ser formeln för hur hastigheten ökar som funktion av tiden ut?
Svar:.....

Sammanfattning:

Med **proportionalitet** menas att om en storhet dubblas eller tredubblas så dubblas eller tredubblas en annan storhet. Ett pris är proportionellt mot hur många kg man köper.

Med en **variabel** menas någonting som kan anta olika siffervärden. En variabel åskådliggörs med hjälp av en bokstav, som sedan kan ges ett siffervärde.

En **formel** är ett uttryck som visar hur två eller fler variabler hänger ihop. Exempel: $s=v*t$

Veckans gåta:

Varför kan en häst aldrig bli skräddare?

Be din lärare titta på dina lösningar. Det finns fler träningsuppgifter att jobba med! Se nästa sida.



3-8 Proportionalitet. Träningsuppgifter

Nivå 1:

3-8-100 Vad menas med en variabel?

3-8-101 Vad menas med att en någonting är proportionell mot en variabel?

3-8-102 I formeln $F=m \cdot 10$ finns en proportionalitetskonstant. Vilken är det?

3-8-103 I formeln $F=m \cdot 10$ är m 20 kg. Hur stor blir F ? (sorten för F är Newton)

3-8-104 En formel som anger sambandet mellan sträckan S , uttryckt i meter, hastigheten v uttryckt i m/s och tiden t uttryckt i sekunder ser ut som följer:

$$S = v \cdot t$$

Om $v = 12$ m/s och $t = 10$ sek. Hur stor blir S ?

3-8-105 En formel som anger sambandet mellan sträckan S , uttryckt i meter, hastigheten v uttryckt i m/s och tiden t uttryckt i sekunder ser ut som följer:

$$S = v \cdot t$$

Om $v = 25$ m/s och $t = 20$ sek. Hur stor blir S ?

3-8-106 Sambandet mellan
spänningen över ett motstånd,
V volt, storleken på
motståndet R ohm och
strömmen genom motståndet
I ampere uttrycks med hjälp
av Ohms lag:

$$U = R \cdot I$$

Om R är 1000 ohm och I är
0,05 ampere, hur stor blir U?
Glöm ej sort när du svarar.

3-8-107 Sambandet mellan
spänningen över ett motstånd,
V volt, storleken på
motståndet R ohm och
strömmen genom motståndet
I ampere uttrycks med hjälp
av Ohms lag:

$$U = R \cdot I$$

Om R är 500 ohm och I är
0,05 ampere, hur stor blir U?
Glöm ej sort när du svarar.

3-8-108 Priset per liter bensin är 10,5 kr.

a) skriv en formel över hur
priset P varierar med antalet
liter l som man köper.

b) hur mycket betalar en
kund som köper 40 liter
bensin?

3-8-109 Karlssons kabel TV gräver
diken för plaströr där man
drar fibrer för kabel TV och
bredband. Man klarar 400 m
per dag. Hur många meter
klarar man på 5 dagar?

3-8-110 Svenssons Video gräver ner kabel för bredband. Man klarar 350 m per dag. Skriv en formel för hur många meter m man klarar av att lägga ner som funktion av antalet dagar kallat d , som man arbetar.

3-8-111 En företagare redovisar moms på allt han tillverkar och säljer. Momsen är 25%. Gör en formel över hur mycket moms det blir som funktion av hur mycket han tillverkar och säljer. Du får göra lämpliga beteckningar på de storheter som varierar.

Nivå 2:

3-8-200 En enkilosförpackning med spagetti kostar 7,90 kr, och en liter mjölk kostar 6,90 kr. Skriv en formel som anger hur mycket en kund betalar, kallat B , när han köper x kg spagetti och y liter mjölk. x och y kan anta godtyckliga heltalsvärden.

3-8-201 Staten tar in 20% på all försäljning i moms. Skriv en formel som visar statens momsintäkter som funktion av hur mycket som säljs i Sverige. Du får göra lämpliga beteckningar för de storheter som varierar.

- 3-8-202 Vid konstant acceleration ökar hastigheten v proportionellt mot produkten av accelerationen a och tiden t . Skriv en formel för hur hastigheten beror av acceleration och tid. Om tiden = 0 så skall hastigheten vara lika med 0.
- 3-8-203 I en enkel modell för vuxna personer är en människas vikt V i kilo proportionell mot längden L i dm. Proportionalitetskonstanten är 4,5.
- a) Skriv en formel för hur vikten beror på längden.
- b) Om en människa är 1,60 m lång, hur mycket skall hon väga enligt formeln ovan?
- 3-8-204 Volymen av ett rätblock (en kloss) beräknas genom att multiplicera längden l , bredden b och höjden h med varandra. Rätblockets vikt V , uttryckt i kilo är proportionell mot volymen uttryckt i liter eller dm^3 , och proportionalitetskonstanten är 2,2.
- a) Skriv en formel för hur vikten beror på klossens dimensioner
- b) Hur mycket väger en kloss med måtten $2 \times 3 \times 4$ dm?

Nivå 3:

Det finns inga träningsuppgifter på nivå 3