

2-1: Taltyper och tallinjen

Namn:.....



Inledning

I det här kapitlet skall du studera vad tal är för någonting och hur tal kan organiseras och sorteras efter storleksordning. ”Vad skall detta vara nödvändigt för”, undrar du säkert. Svaret är att du ofta behöver ha lite struktur på tillvaron. Det gäller inte minst hur olika stora tal placerar sig i förhållande till varandra.

Till en början arbetar vi med så kallade naturliga tal, sedan kommer andra taltyper som heltal, bråktal och decimaltal. För att få lite ordning och reda kan det vara praktiskt att ordna talen längs en linje, och där plocka in dem efter storleksordning.

Hur är vårt talsystem uppbyggt?

Vi har tio siffror i vårt talsystem: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9. Det största talet vi kan representera med en siffra är 9, det minsta är 0.

Vi kallar vårt talsystem för det **decimala** systemet från Grekiskan **deca** som betyder ”tio”. Det var araberna som införde 10-systemet i Europa. Den arabiska matematikern al-Khwarizmi gav ut en bok på 800-talet efter Kristus, där talet noll beskrevs första gången.

Hur gör vi om vi vill representera tal som är större än 9? Tänk efter lite!

Svar:.....

.....

Just det! Du bildar en ny position, som representerar tiotal. Du skriver 10, och visar att du har ett tiotal och noll ental. För varje ny position vi bildar till vänster om föregående, **så blir den 10 gånger mer värd än den till höger**. Talet 46 läser vi ut som 4 tiotal och 6 ental. Ingenting konstigt.

Största talet med två siffror blir 99, och skall vi ha ett tal som är en enhet större än 99 så får du bilda en ny position till vänster om tiotalpositionen. **Den blir tio gånger mer värd än ett tiotal**, dvs hundra. Du skriver talet som 100, ett hundratal, noll tiotal och noll ental.

Vill du ha ännu större tal, så får vi bilda tusentalssiffror, tiotusentalssiffror osv. Det här är grunden för hur du arbetar i decimalsystemet, som är baserat på 10 siffror.

Finns det någon gräns för hur stora tal man kan skriva? Fundera lite innan du svarar.

Svar:

Du svarade säkert ”nej” och det är riktigt. Som systemet är konstruerat så kan man fylla på med hur många siffror som helst. Vi kan representera hur stora tal som helst. Bra, eller hur? Visst är det bra. Jämför med det romerska talsystemet där du har olika symboler för 10, 50, 100 osv. Det blir mycket att hålla reda på när man skall representera stora tal.

Vilka olika sorts tal finns det?

Naturliga tal Dessa har du tidigare stiftat bekantskap med. De är tal som är större än noll, t.ex. 3, 7, 9, 587 osv.

Hela tal Här tar vi även med talet ”noll” och negativa tal

Decimaltal Dessa kommer vi att studera längre fram. Exempel är 3,14

Rationella tal Dessa tal kallas populärt för bråktal. Exempel $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$

Har vi några namn på stora tal?

Visst har vi det. Du vet säkert att talet

1000 läses ut som Svar:.....

10 000 läses ut som Svar:.....

100 000 läses ut som Svar:.....

1000 000 läses ut som Svar:.....

1000 000 000 läses ut som Svar:.....

Det sista var kanske lite knepigt. Tusen miljoner kallar vi för en miljard.

Några prefix

I stället för att skriva 1000 m skriver man ofta 1 km. ”k”-t betyder 1000, och utläses ”kilo”. 1 km = 1000 m. 3 kkr = 3000 kr.

En miljon, 1 000 000, förkortas ofta med M. 1 000 000 kr skrivs med andra ord 1 Mkr.

”M”-et kommer från grekiskans ”mega” och betyder just en miljon.

Prefix används ofta för att få en kort och bra beskrivning.

Hur skall vi rangordna talen inbördes?

Vi tar ett exempel till att börja med:

Vi har en uppsättning hela tal: 1, 4, -2, 7, 2, 0, 5, -3 och 3

Vilket tal är störst, vilket är minst, och hur ser det ut om vi storleksordnar talen och skriver dem i stigande storleksordning?

Som du ser har en del tal inget tecken framför, medan en del har minus-tecken framför sig.

Om det inte står något tecken framför, vilket tecken gäller då? Fundera lite innan du svarar!

Svar:.....

Visst. Om inget tecken står framför talet så är det positivt. Vill man vara tydlig så skriver man ut + tecknet, men som regel framgår det av sammanhanget.

Vilket tal är störst av talen ovan?

Svar:

Vilket tal är minst? (här får du fundera lite extra)

Svar:

Varför är det minsta talet -3? Skriv ner din förklaring.

Svar:

.....
Skriv talen i storleksordning och börja med det minsta?

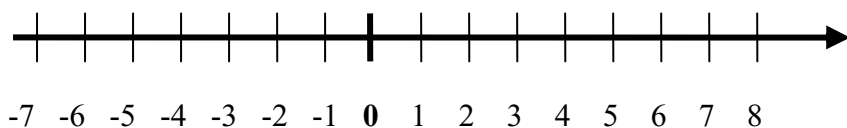
Svar:

När du ser talen sorterade efter storleksordning som i övningen ovan: vad påminner det hela om? Har du något förslag? (det är inte förbjudet att titta på bilden till höger!)

Svar:



På matematikerspråk, så kallas en uppställning där man rangordnar naturliga tal för en tallinje. Den ser ut som en sprittermometer som ligger ner, och den "balanserar" kring talet 0.



Hur lång tror du tallinjen kan vara till höger om nollan? Motivera ditt svar.

Svar:

Ur lång är tallinjen till vänster om nollan? Motivera även här ditt svar.

Svar:

Nu kommer några övningsuppgifter om tallinjen. Rita upp en tallinje som går från -10 till 10 i fältet nedan, och använd den när du löser uppgifterna 2-1-01 till 2-1-07.

- 2-1-01 Vilket tal är störst av talen 0, -1, 4, 5? Svar:
- 2-1-02 Vilket tal är minst av talen 0, -1, 4, 5? Svar:
- 2-1-03 Vilket tal är störst av talen 0 och -3? Svar:
- 2-1-04 Vilket tal är störst av talen -6 och -4? Svar:
- 2-1-05 Vilket tal är minst av talen -6 och -4? Svar:
- 2-1-06 Om ett tal är större än ett annat, hur ser man det på tallinjen?
Svar:.....
- 2-1-07 Om ett tal är mindre än ett annat, hur syns det på tallinjen?
Svar:.....

Större än och mindre än

I stället för att skriva ut i klartext att 3 är större än 1 så kan man använda tecknet ">", så man skriver $3 > 1$. Talet 1 är mindre än 3, vilket skrivs: $1 < 3$.

Vi har stiftat bekantskap med två nya tecken som beskriver olikheter:

> utläses "större än". Exempel: $-1 > -3$

< utläses "mindre än". Exempel: $-5 < 2$

Minnesregel: "större än", >, ser ut som en del av en pil som pekar åt höger. Ett tal som är större än ett annat ligger till höger om det andra talet på tallinjen. Talet till vänster om tecknet är alltså större än det som står till höger om tecknet.

"mindre än", <, ser ut som en del av en pil som pekar åt vänster. Talet till vänster om tecknet är med andra ord mindre än det som står till höger.

Några övningsexempel. Innan du löser dem så ritar du en tallinje från -10 till 10 och prickar in talen varefter du löser uppgiften.

- 2-1-08 Vilket tecken skriver du mellan 4 8? Svar:
- 2-1-09 Vilket tecken skriver du mellan -4 -8? Svar:
- 2-1-10 Vilket tecken gäller mellan 0 -5? Svar:.....
- 2-1-11 Samma fråga mellan -3 0? Svar:.....

Addition och subtraktion kan ses som förflyttningar längs tallinjen

Vad händer när man adderar eller subtraherar tal som är representerade på en tallinje? Du vet att $3+2=5$. Vad händer när man adderar två tal som är representerade på tallinjen?

Rita en tallinje i rutan, och visa vad som händer när man startar med talet 3 och därefter förflyttar sig två steg åt höger! Var landar du?

Ett +tecken i uttrycket $3+2$ kan betyda två saker. Vilka då? Fundera lite innan du tittar på svaret nedan.

Svar:.....

Just det. Det har egentligen två betydelser:

1. ett tals **läge** på tallinjen,
2. en **förflyttning** längs tallinjen.

I uttrycket $3+2$ startar du vid 3 och förflyttar dig därefter 2 steg **åt höger**. Du landar på talet 5. $3+2 = 5$.

Om du i stället hade haft $3-2$, hur ser det då ut på tallinjen? Fundera lite innan du svarar.

Svar:.....

Du tänkte säkert någonting i stil med detta: starta vid talet 3 och förflytta dig 2 steg **åt vänster**. Du landar på talet ett. $3-2=1$.

Sammanfattning addition och subtraktion längs tallinjen:

Ett tal på tallinjen kan ses som en förflyttning från nollan. Ett positivt tal är en förflyttning till höger, och ett negativt tal är en förflyttning till vänster om nollan.

Uttrycket $3+2-1$ kan man tolka så att man startar på talet 3, flyttar sig därefter 2 steg åt höger och sedan ett steg åt vänster. $+2$ respektive -1 betyder med andra ord förflyttning åt höger (+) eller vänster (-) längs tallinjen.

Rita en tallinje från -10 till +10 nedan och gör följande uppgifter på tallinjen:

- 2-1-12** Vad blir $5+3$?
- 2-1-13** Vad blir $-4 + 8 -1$?
- 2-1-14** Vad blir $0-6+3+2-1$?
- 2-1-15** Vad blir $-4-3-1+6$?
- 2-1-16** Vad blir $10-10-10+5$?

Som du ser hamnar man ibland på ett resultat som är negativt, dvs ligger till vänster om nollan på tallinjen. Det är ingenting konstigt med detta. Tag t.ex. uppgiften 2-1-16, och tänk t.ex. så här: jag har 10 kronor, är skyldig Stina 10 kronor och Kalle tio kronor. Jag får 5 kronor i veckopeng. Vilken är min ekonomiska ställning? Svar: jag står på -5 kronor, så jag kan inte betala tillbaka alla mina skulder.

Sammanfattning hela tal och tallinjen:

Du vet att tal är olika stora

Alla tal kan placeras in längs en tallinje.

Tallinjen är oändligt lång, och "balanserar" runt talet noll

Positiva tal åt höger på tallinjen, ju större desto med till höger. Negativa tal till vänster om "nollan". Ju mer negativa tal desto längre till vänster

Om ett tal ligger till höger om ett annat på tallinjen så är det större

Om ett tal ligger till vänster om ett annat på tallinjen, så är det mindre

"större än" kan förkortas med tecknet $>$

"mindre än" kan förkortas med tecknet $<$

Ett plustecken eller ett minustecken kan både betyda ett läge på tallinjen och en förflyttning längs tallinjen.

Veckans gåta:

Går det bra att skriva brev på tom mage?

Låt din lärare titta på dina lösningar, och fortsätt sedan med träningsuppgifterna.



2-1 Taltyper och tallinjen. Träningsuppgifter

Nivå 1:

- 2-1-100 Hur många siffersymboler har vårt talsystem?
- 2-1-101 Vad kallas vårt talsystem (med tanke på att vi har 10 olika siffersymboler)?
- 2-1-102 Hur mycket är trean värd i talet 503?
- 2-1-103 Hur mycket är trean värd i talet 324?
- 2-1-104 Hur mycket är trean värd i talet 54 387?
- 2-1-105 Hur mycket är trean värd i talet 937?
- 2-1-106 Du adderar talen 27 och 16. Vad händer med entalssiffran när du adderar, och hur hanterar du resultatet?
- 2-1-107 Du adderar talen 532 och 774. Vad händer med entalssiffrorna?
- 2-1-108 Du adderar talen 532 och 774. Vad händer med tiotalssiffrorna?
- 2-1-109 Du adderar talen 532 och 774. Vad händer med hundratalssiffrorna?
- 2-1-110 Du utför följande subtraktion:
 $354 - 187$. Hur gör du med entalssiffran?
- 2-1-111 Du utför följande subtraktion:
 $354 - 187$. Hur gör du med tiotalssiffran?
- 2-1-112 Du utför följande subtraktion:
 $354 - 187$. Hur gör du med hundratalssiffran?

- 2-1-113 Hur läser du ut talet 1000?
- 2-1-114 Hur läser du ut talet 10 000?
- 2-1-115 Hur läser du ut talet 321?
- 2-1-116 Rangordna i stigande storlek: 2, 7 och 1!
- 2-1-117 Rangordna i stigande storlek: 12, 5 och 8!
- 2-1-118 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen 5 och 8?
- 2-1-119 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen 8 och 5?
- 2-1-120 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen 12 och 11?
- 2-1-121 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen 12 och -3?
- 2-1-122 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen 5 och 11?
- 2-1-123 Vilket tal är störst av talen 5, 3, -3 och -1? Vilket är minst?
- 2-1-124 Vilket tal är störst av talen 5, 4, -3 och -4? Vilket är minst?
- 2-1-125 Vilket tal är störst av talen 2, 4, -1 och -3? Vilket är minst?
- 2-1-126 Vilket tal är störst av talen 2, 4, -5 och -2? Vilket är minst?
- 2-1-127 Rita en tallinje och utför följande addition: $1+2+4$.

2-1-128 Rita en tallinje och utför följande
addition: $2+2+1$.

2-1-129 Rita en tallinje och utför följande
addition/subtraktion: $1+2 - 2$.

2-1-130 Rita en tallinje och utför följande
addition/subtraktion: $1+1 - 2$.

Nivå 2:

- 2-1-200 Vad menas med positionsvikt?
- 2-1-201 Hur läser du ut talet 100 000?
- 2-1-202 Hur läser du ut talet 1000 000?
- 2-1-203 Rangordna i stigande storlek: 7, -1, 0!
- 2-1-204 Rangordna i stigande storlek: -5, 3, -8!
- 2-1-205 Rangordna i stigande storlek: -6, -4 och -3!
- 2-1-206 Rangordna i stigande storlek: 5, -2 och 0!
- 2-1-207 Rangordna i stigande storlek: 12, 17, 9!
- 2-1-208 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen -1 och 1 ?
- 2-1-209 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen -1 och -3 ?
- 2-1-210 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen 8 och -9 ?
- 2-1-211 Vilket olikhetstecken skriver du mellan talen -6 och -8 ?
- 2-1-212 Rita en tallinje och utför följande operation med pilar: $2 + 3 - 8$.
- 2-1-213 Rita en tallinje och utför följande operation med pilar: $-3 + 4 - 3$.

2-1-214 Rita en tallinje och utför följande operation med pilar: $5 - 6 + 3$.

2-1-215 Hur många kronor är 5 kkr?

2-1-216 Hur många m är 8 km?

2-1-217 Hur många m är 4 Mm?

Nivå 3:

2-1-300 Hur läser du ut talet 1 000 000?

2-1-301 Hur läser du ut talet 10 000 000?

2-1-302 Hur läser du ut talet 1000 000 000?

2-1-303 Rangordna i stigande storlek: -3,
-7 och -8!

2-1-304 Rangordna i stigande storlek: -5,
-2 och 0!

2-1-305 Rangordna i stigande storlek: -4,
-8 och -12!

2-1-306 Rangordna i stigande storlek: -2, 0
och -5?

2-1-307 Vad menas med en tallinje!

2-1-308 Det finns ett tal längs tallinjen som
är "lite viktigare" än de övriga.
Vilket tal är det?

- 2-1-309 Hur många positiva tal finns det längs tallinjen?
- 2-1-310 Hur många negativa tal finns det längs tallinjen?
- 2-1-311 Hur många tal finns det längs tallinjen i intervallet 2-3?
- 2-1-312 Rita en tallinje och utför följande addition/subtraktion: $-3+2 - 4!$
- 2-1-313 Rita en tallinje och utför följande addition/subtraktion: $3 - 2 - 4!$
- 2-1-314 Rita en tallinje och utför följande addition/subtraktion: $-3 -4 + 6!$
- 2-1-315 Hur många kr är 3,4 kkr?
- 2-1-316 Hur många m är 1,95 km?